ВОСТРОКНУТОВ И.Е., НИКИФОРОВ Г.Г., ГРИГОРЬЕВ И.С., МАРТЫНОВА Т.Н., АНДРЕЕВА Н.В., ПЧЕЛКИНА М.А., СОБОЛЕВ В.В.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА И РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ ПО ФИЗИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАУЧНЫХ КАЛЬКУЛЯТОРОВ CASIO

4-е издание, дополненное и переработанное

УДК 373:14Я72
ББК 373:167.1:512+32.81
В78

Условные обозначения:
– обратите внимание

Вострокнутов И.Е., Никифоров Г.Г., Григорьев И.С.,
Мартынова Т.Н., Андреева Н.В., Пчелкина М.А., Соболев В.В.

В78 Повышение эффективности учебного процесса и результатов ЕГЭ по физике с использованием научных калькуляторов CASIO. 4-е издание, дополненное и переработанное. 100 с.

ISBN 978-5-906721-23-5

Учебное пособие предназначено для школьников, решивших сдавать Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по физике, химии и географии. С его помощью ученики 10 и 11 классов научатся применять современные научные калькуляторы серии CLASSWIZ, разработанные CASIO специально для образовательных учреждений. Регулярное применение калькуляторов на уроках при решении задач по физике, химии и географии позволит ребятам уверенно работать с этой техникой и на ЕГЭ по этим дисциплинам. Эти калькуляторы выбраны авторами пособия потому, что они наиболее приспособлены для проведения расчетов с естественнонаучными данными любой сложности и признаны Российской академией информатизации образования пригодными для использования на ЕГЭ по физике, химии и географии. Они входят в Федеральный список необходимого оборудования кабинета физики и в состав оборудования «ГИА-лаборатории» и «ФГОС-лаборатории» по физике.

В учебном пособии на большом количестве примеров из открытых сегментов контрольных измерительных материалов (КИМ) подробно рассматриваются приемы работы с калькулятором. Включена подборка задач для работы на уроке под руководством учителя и самостоятельной работы дома. В этом учебном пособии впервые демонстрируются такие возможности калькуляторов, как построение таблицы значений функций для ее анализа и регрессионный анализ физических процессов. Во второй главе приведены перспективные задания ЕГЭ 2019-2020, решить которые без калькуляторов будет затруднительно.

УДК 373:14Я72
ББК 373:167.1:512+32.81

Оглавление

Введение

Вычислительные умения значительно влияют на успешность выполнения заданий ЕГЭ по физике. Поэтому в п.8 спецификации КИМ ЕГЭ по физике (Дополнительные материалы и оборудование), который определяет перечень дополнительных устройств и материалов, разрешенных для использования на ЕГЭ, включен и непрограммируемый калькулятор с возможностью вычисления значений различных функций. Полный текст спецификации ЕГЭ по физике выложен на сайте Федерального института педагогических измерений в разделе «ЕГЭ и ГВЭ-11».

Так какой же калькулятор целесообразно использовать на уроке и можно взять с собой на ЕГЭ?

Очевидно, что это должен быть самый современный, надежный и удобный калькулятор со всеми необходимыми вычислительными возможностями. С другой стороны, в нем не должно быть никаких справочных материалов и дополнительных функций, позволяющих использовать его в качестве шпаргалки. Всем этим требованиям соответствует калькулятор CASIO fx-82EX новой серии CLASSWIZ, для освоения которого предназначено данное пособие.

Это пособие имеет двойное назначение. Оно в равной мере полезно и учителям физики, начинающим применять калькулятор в процессе обучения, и учащимся для быстрого освоения калькулятора при подготовке к ЕГЭ по физике и последующем использовании на самом экзамене.

Пособие состоит из двух глав. Первая глава посвящена обучению работе с калькулятором и формированию вычислительных навыков. Поэтому в ней не только подробно разбираются примеры вычислений с калькулятором и задания ЕГЭ по физике, где необходимы вычисления, но и содержится большое число заданий для самостоятельной работы. Учебный материал здесь изложен следуя принципу “от простого к сложному”: от обучения вводу и редактированию выражений до приближенных вычислений, вычисления тригонометрических выражений, расчета таблицы значений и исследования функций, статистических расчетов и регрессионного анализа.

В пособие впервые включен материал по статистическому и регрессионному анализу. Связано это с тем, что в школьном курсе математики и статистики эти темы изучаются, а в курсе физики не используются, хотя именно в физике они имеют большое практическое значение. В перспективной модели ЕГЭ по физике уже планируется включение заданий с использованием элементов статистического анализа.

Во второй главе приведены перспективные задания ЕГЭ 2019-2020, решить которые без калькулятора будет затруднительно.

Во второй главе впервые анализируются задания демоверсии ЕГЭ 2019 года и рассматриваются перспективные модели заданий по фотографиям, при выполнении которых необходимо проводить измерения. Рассмотрено применение научных калькуляторов для построения графиков по результатам измерений.

Что касается лабораторных работ, то их крайне сложно выполнить без калькулятора. Ведь очень много времени уходит на рутинную вычислительную работу в ущерб самому эксперименту и анализу результатов. Новые вычислительные возможности калькуляторов CASIO, такие как расчет погрешностей, расчет коэффициентов регрессии исследуемой закономерности, статистический и корреляционный анализ, позволяют по-новому взглянуть на саму суть физического эксперимента. Впервые в пособие включены экспериментальные работы на реальном оборудовании в соответствии с перечнем лабораторных работ, включенных в примерные программы нового поколения по физике.

Важно понимать, что калькулятор будет эффективен на экзаменах тогда, когда он будет использоваться на уроках, а учеников заранее научили с ним работать. Опыт нашей работы говорит о том, что для обучения школьников работе с калькулятором достаточно нескольких уроков. Выигрыш же от использования калькулятора на уроке очевиден. Учащиеся не только научатся правильно работать с калькулятором, но и будут активно использовать его на уроке, в процессе выполнения домашних заданий, при выполнении различных сложных расчетов, связанных с обучением, не допустят вычислительных ошибок на ЕГЭ.

Нельзя не отметить, что на уроке удобно использовать программный компьютерный эмулятор CASIO, который работает с интерактивной доской или иным интерактивным и проекционным оборудованием. Его можно скачать на сайте http://edu.casio.ru/ или по прямой ссылке http://edu.casio.com/products/classroom/classwiz На сайте доступна как полная, так и пробная 90 - дневная версия.

Калькулятор CASIO fx-82EX будет надежно работать и тогда, когда учащиеся успешно сдадут ЕГЭ и поступят в высшие учебные заведения и колледжи. Там калькуляторы будут им также весьма полезны.

И. Е. Вострокнутов, доктор педагогических наук, профессор, научный руководитель образовательных программ CASIO в РФ и странах СНГ.

1 Строка ввода выражения

2 Строка результатов вычислений

3 Кнопка включения калькулятора

4 Вызов меню / Выбор режима вычислений

5 Кнопка перевода калькулятора в режим работы с «желтыми» функциями

6 Кнопка перевода калькулятора в режим работы с «красными» функциями

7 Клавиши перемещения указателя

8 Клавиша сброса/очистки

9 Клавиша редактирования выражений

10 Клавиша вычисления функции

11 Разделитель целой и дробной части

ГЛАВА 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ КАЛЬКУЛЯТОРОВ CASIO СЕРИИ EX

1. ОСНОВЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ С КАЛЬКУЛЯТОРОМ

1.1. Начало работы с калькулятором

Чтобы включить калькулятор, нужно нажать клавишу $\boxed{\text{ON}}$ в верхнем правом углу клавиатуры. Чтобы выключить, нужно выполнить команду **OFF** последовательным нажатием клавиш $\boxed{\text{SHIFT}}$ и $\boxed{\text{AC}}$. Выключать калькулятор необязательно. Если не проводить никаких вычислений, то через некоторое время он сам выключится.

Калькулятор, с которым вам предстоит работать, отличается от обычных моделей калькуляторов. У него двухстрочный дисплей, в верхней строке которого отображается введенное выражение, а в нижней – результат вычислений.

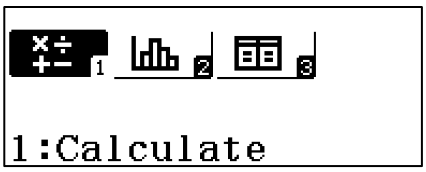
Под дисплеем расположены четыре клавиши управления курсором. Они обычно используются для ввода сложных формул или выражений, а также для их редактирования.

В нижней части калькулятора расположены клавиши:

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ $\boxed{0}$ - для ввода чисел,
$\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$ – для указания арифметических операций,
$\boxed{=}$ - для вывода на дисплей результатов вычислений,
$\boxed{\text{AC}}$ – для очистки строки ввода и сброса результата вычислений,
$\boxed{\text{DEL}}$ – для удаления и вставки символов в выражения при редактировании.

Выше расположены клавиши ввода математических функций. Функции, обозначенные белым цветом, вводятся нажатием соответствующей клавиши. Для ввода функций или режимов, обозначенных желтым цветом, необходимо предварительно нажать клавишу $\boxed{\text{SHIFT}}$. Для ввода символов, обозначенных красным цветом, нужно нажать клавишу $\boxed{\text{ALPHA}}$.

В верхнем правом углу рядом с клавишей $\boxed{\text{ON}}$ расположена клавиша $\boxed{\text{MENU}}$. Она служит для вызова меню выбора режима вычислений. В калькуляторе fx-82EX имеется три режима:



- 1 (Calculator) – основные математические вычисления;
- 2 (Statistics) – статистические и регрессионные вычисления;
- 3 (Table) — вычисление таблицы значений функции.

Для выбора режима вычислений переместите курсор в нужное окно и нажмите клавишу [=] или просто нажмите соответствующую цифровую клавишу. Например [1] для режима Calculate.

При последовательном нажатии клавиш [SHIFT] [MENU] (SETUP) включается диалоговое окно настройки калькулятора.

```
1:Input/Output
2:Angle Unit
3:Number Format
4:Fraction Result
```

1. В режиме Input/Output (выбирается нажатием клавиши [1]) вводятся настройки ввода-вывода выражения, содержащего дроби. Обычно используется стандартный режим Math I / Math 0 для ввода выражения в привычном виде и вывода ответа в виде обыкновенной дроби.
2. Режим Angle Unit служит для выбора градусной меры (в градусах, радианах или градах).
3. Number Format служит для выбора представления результатов вычислений (число знаков после запятой в десятичной дроби, число значащих цифр в представлении числа в натуральном виде или вид представления результатов вычислений, если это будет очень большое или очень маленькое число).
4. В Fraction Result вводятся настройки представления результата вычисления в виде обыкновенной дроби (с целой или без целой части).

Все настройки калькулятора не поместились в одном диалоговом окне. При нажатии клавиш управления курсором ▲▼ будут открываться другие диалоговые окна настроек.

```
1:Statistics
2:Table
3:Decimal Mark
4:Digit Separator
```

1. Statistics - вводится настройка: будет ли отображаться дополнительный столбец Freq (Частота) при статистических исследованиях.
2. Table – для представления количества таблиц, которые будут использоваться в режиме расчета таблиц значений функций. Возможны варианты 1 или 2 таблиц.
3. Decimal Mark - для представления разделителя десятичных дробей результатов вычислений в виде точки или запятой.
4. Digit Separator служит для ввода настройки знака разделителя.

Все необходимые настройки для вычислений в рамках школьной программы подробно рассмотрены в книге. Режимы, которые выходят за рамки школьного курса, опущены.

Обращаем внимание на то, что установка режима вычисления и настроек калькулятора имеет переключательный характер, то есть будет распространяться на все последующие вычисления. Если вы не знаете, как вернуть исходный режим вычисления и представления чисел, то самый простой способ — это сброс всех настроек в исходное состояние последовательным нажатием клавиш [SHIFT] [9] [3] [=] [AC].

При нажатии [SHIFT] [9] открывается диалоговое окно выбора режима очистки. При нажатии клавиши [1] выбирается установка всех настроек в исходное состояние (Setup Data), [2] – очистка памяти (Memory), [3] – очистка памяти и установка всех настроек в исходное состояние.

```
Reset?
1:Setup Data
2:Memory
3:Initialize All
```

При выборе клавишей [3] режима Initialize All открывается окно подтверждения. Здесь возможны варианты действий. При нажатии [=] подтверждается, что память можно очистить и все данные стереть, при [AC] режим очистки отклоняется.

```
    Reset OK?
Initialize All
[=]   :Yes
[AC]  :Cancel
```

Если режим очистки подтвержден, то на экране появляются надписи, что память очищена, установлены исходные настройки калькулятора, а также подсказка, что для возврата в режим вычислений нужно нажать клавишу [AC].

```
     Reset!
Initialize All

 Press [AC] key
```

1.2. Простые вычисления

Для вычисления числового выражения его необходимо ввести в том виде, в каком оно записывается в учебнике, и нажать клавишу [=]. Если при вводе допущена ошибка, то нажмите клавишу [AC] и введите выражение заново.

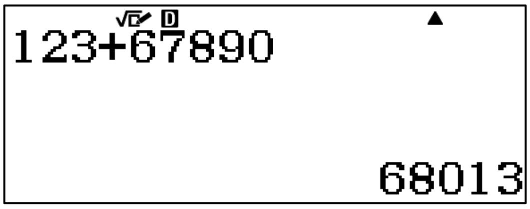
Примеры:

1) Вычислите сумму 123+67890.

Нажмите клавиши в следующем порядке:

[1] [2] [3] [+] [6] [7] [8] [9] [0] [=]

На дисплее увидите следующий результат



Аналогично выполняются и другие арифметические операции.

2) Вычислите разность 6587–2564.

[6] [5] [8] [7] [−] [2] [5] [6] [4] [=] Ответ: 4023.

3) Вычислите 248–22·3.

[2] [4] [8] [−] [2] [2] [×] [3] [=] Ответ: 182.

4) Вычислите 1268:4–104·3.

[1] [2] [6] [8] [÷] [4] [−] [1] [0] [4] [×] [3] [=] Ответ: 5.

Калькулятор позволяет кроме простых математических операций (сложение, вычитание, умножение и деление) выполнять и более сложные вычисления, например вычислять арифметические выражения со скобками или возводить числа в степень. В этом случае порядок выполнения действий введенного выражения будет такой же, какой принят в математике.

5) Вычислите 8 (3+45).

[8] [(] [3] [+] [4] [5] [)] [=] Ответ: 384.

Обратите внимание на то, что после числа 8 знак умножения можно опустить.

6) Вычислите (15+21):6+3·7·2–246:6.

[(] [1] [5] [+] [2] [1] [)] [÷] [6] [+] [3] [×] [7] [×] [2] [−] [2] [4] [6] [÷] [6] [=] Ответ: 7.

Для возведения числа в квадрат используется клавиша [x^2], для возведения в куб (третья степень) – клавиша [x^3], для возведения в произвольную степень используется клавиша [$x^{■}$].

7) Вычислите 311^2+5^3.

[3] [1] [1] [x^2] [+] [5] [x^3] [=] Ответ: 96846.

8) Вычислите $(48-22)^4-125^2-36^2$.

[(] [4] [8] [−] [2] [2] [)] [$x^{■}$] [4] [▶] [−] [1] [2] [5] [x^2] [−] [3] [6] [x^2] [=]

Ответ: 440055.

<u>Примеры из открытого банка заданий КИМ ЕГЭ</u>

9) *Тело движется по прямой. Под действием постоянной силы величиной 4 Н за 2 с импульс тела увеличился и стал равен 20 кг·м/с. Первоначальный импульс тела равен*

а) 4 кг·м/с б) 8 кг·м/с в) 12 кг·м/с г) 28 кг·м/с

Решение.
$P_2 - P_1 = F \cdot t$, следовательно, $P_1 = P_2 - F \cdot t = 20 - 4 \cdot 2 = 12$ (кг·м/с).
Ответ: $P_1 = 12$ кг·м/с.

10) *Красная граница фотоэффекта исследуемого металла соответствует длине волны $\lambda_{кр.}$ = 600 нм. Какова длина волны света, выбивающего из него фотоэлектроны, максимальная кинетическая энергия которых в 2 раза меньше работы выхода?*

а) 300 нм б) 400 нм в) 900 нм г) 1200 нм

Решение.
Согласно уравнению Эйнштейна $E_{к.} = h \cdot \nu - A_{вых.}$. По условию задачи $E_{к.} = \frac{A_{вых.}}{2}$. Следовательно, $\frac{A_{вых.}}{2} = h \cdot \nu - A_{вых.}$ или $h \cdot \nu = \frac{3}{2} \cdot A_{вых.}$. Тогда

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{3}{2} \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda_{кр.}} \text{ или } \frac{1}{\lambda} = \frac{3}{2 \cdot \lambda_{кр.}}.$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot \lambda_{кр.}}{3} = 2 \cdot 600 : 3 = 400 \text{ (нм)}.$$

Ответ: $\lambda = 400$ нм.

Вычислите с помощью калькулятора (1, 2)

1. а) 54(252+78)+25(147+789);
   б) 12(372−285)+31(198−70);
   в) (942+56):499−782:(320+71);
   г) (1266−954):78−1582:(2563-1772);
   д) (1350+2580−3680):125+(582−451+43):58;
   е) 40(1280+3620−4225):2250;
   ж) (5994:54+82·54):1513;
   з) (142+574)(852−420):25776.
2. а) 3^2+5^3; б) $25^2-4^3-22^2$;
   в) $(18+12^2)^2-29^3$; г) $2^{10}+4^8-12^4$;
   д) $(5^3+3^2)^3-(3^6+4^3)^2$; е) $(4^4-4^3)^2-(6^3-6^2)^2$;
   ж) $(1982-12^3):254-(35^3-42500):375$;

1.3. Внесение исправлений в выражения

В верхней строке дисплея отображается вводимое числовое выражение. Это очень удобно для контроля правильности ввода. Если в выражении обнаружена ошибка, то ее можно легко исправить. Для этого необходимо с помощью клавиш ◀ ▶ переместить курсор в нужную позицию и ввести правильные символы. Первое нажатие клавиши ▶ установит курсор в начало выражения, первое нажатие ◀– в конец выражения. В математическом формате представления выражений работает только режим вставки символов. Каждый вновь введенный символ встанет на то место, где стоит курсор, а все символы, включая и тот, на котором стоял курсор, сместятся на одну позицию вправо. Вводимый символ как бы раздвигает числовое выражение.

11) Вычислите 523–451+23, затем замените число 23 на 323 и получите новый ответ.

$\boxed{5}\,\boxed{2}\,\boxed{3}\,\boxed{-}\,\boxed{4}\,\boxed{5}\,\boxed{1}\,\boxed{+}\,\boxed{2}\,\boxed{3}\,\boxed{=}$ Ответ: 95.

◀ ◀ ◀ $\boxed{3}\,\boxed{=}$ Ответ: 395.

Для удаления лишних символов используется клавиша $\boxed{\mathrm{DEL}}$. При нажатии на клавишу $\boxed{\mathrm{DEL}}$ будет удален символ, стоящий слева от курсора. Если курсор стоит в самом начале выражения, то при нажатии на клавишу $\boxed{\mathrm{DEL}}$ будет удален символ, стоящий справа от него.

12) Вычислите 524–178+1623, затем замените число 1623 на 23 и получите новый ответ.

[5] [2] [4] [–] [1] [7] [8] [+] [1] [6] [2] [3] [=] Ответ: 1969.

[◀] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [=] Ответ: 369.

13) Вычислите 156+2486+148, затем замените число 2486 на 2366 и получите новый ответ.

[1] [5] [6] [+] [2] [4] [8] [6] [+] [1] [4] [8] [=] Ответ: 2790.

[◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [3] [6] [=] , либо

[▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [▶] [DEL] [DEL] [3] [6] [=] Ответ: 2670.

14) Вычислите 147+253–457+75, затем замените число 75 на 575 и число 457 на 428 и получите новый ответ.

[1] [4] [7] [+] [2] [5] [3] [–] [4] [5] [7] [+] [7] [5] [=] Ответ: 18.

[◀] [◀] [◀] [5] [◀] [◀] [DEL] [DEL] [2] [8] [=] Ответ 547.

Подберите пропущенную цифру так, чтобы выполнилось равенство в заданиях (3,4).

3. а) 135+2_6=411; б) 1_5+235=360;
в) 139+6_4=793; г) 12_6–568=688;
д) 365·_8=10220; е) 28260:7_5=36;
ж) 48·1_8=8064; з) 18130:_4=245.

4. а) 134+5_7·25=13809; б) 12_8–36·15=718;
в) 1_2+47·48=2408; г) 6000–44·1_1=676;
д) 9999:_–270=33; е) 1824:__–190:5=0;
ж) 662+22·8–25_5:5=325; з) 625:25+2_88:82=59.

1.4. Вычисление выражений с обыкновенными дробями

Для ввода числа в дробном виде используется клавиша [$\frac{\square}{\square}$]. Исходные настройки калькулятора таковы, что при нажатии клавиши [$\frac{\square}{\square}$] дробь будет вводиться в неправильном виде (без целой части), при последовательном нажатии [SHIFT] [$\frac{\square}{\square}$] устанавливается режим ввода правильной дроби ($\blacksquare\frac{\square}{\square}$). Клавиша [SHIFT] используется для расширения возможности использования клавиатуры. Она обеспечивает доступ к соответствующей функции, которая на клавиатуре выделена желтым шрифтом. Вообще в калькуляторах клавиши содержат надписи выполненные белым, желтым и красным цветом. Поэтому во избежание путаницы в дальнейшем функции клавиш выделенных желтым цветом будем обозначать [SHIFT] и ее желтое обозначение в круглых скобках, например [SHIFT] (■⊟).

15) Введите число $\frac{1}{2}$.

[⊟] [1] [▶] [2] [=]

$$\frac{1}{2}$$

Обращаем внимание на то, что перемещать курсор по выражению дроби из числителя в знаменатель можно как клавишей [▶], так и [▼].

16) Введите число $1\frac{1}{2}$

[SHIFT] (■⊟) [1] [▶] [1] [▶] [2] [=]

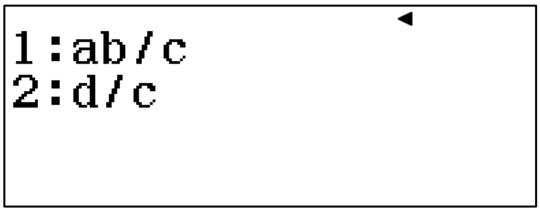
$$\frac{3}{2}$$

Калькулятор дает ответ в виде правильной дроби $\frac{3}{2}$. Для того чтобы увидеть ответ в виде десятичной дроби, нажмите клавишу [S⇔D]. Если последовательно нажать [SHIFT] [S⇔D], то получим ответ в виде неправильной дроби. При повторном нажатии [SHIFT] [S⇔D] опять получим ответ в виде правильной дроби. Если просто нажать клавишу [S⇔D], то получим ответ в виде десятичной дроби. При повторном нажатии клавиши [S⇔D] снова получим ответ в виде неправильной дроби. Эти манипуляции позволяют посмотреть результат вычисления в разных видах, что очень удобно.

В калькуляторе можно ввести специальные настройки, благодаря которым ответ будет сразу отображаться в нужном пользователю виде. Например, если хотим, чтобы результат вычисления отображался в виде правильной дроби, то нужно сначала последовательно нажать клавиши [SHIFT] и **(SETUP)** (это желтый режим обозначений клавиши [MENU]). Откроется диалоговое окно настройки калькулятора.

```
1:Input/Output
2:Angle Unit
3:Number Format
4:Fraction Result
```

Клавишей [4] выберем Fraction Result – режим настройки представления результата вычисления в виде обыкновенной дроби. Откроется следующее диалоговое окно.



Клавишей [1] выберем режим представления результата вычисления в виде правильной дроби (с целой частью).

17) Вычислите сумму $1\frac{3}{4}+\frac{2}{6}$.

[SHIFT] [(▬⊟)] [1] [▶] [3] [▶] [4] [▶] [+] [⊟] [2] [▶] [6] [=] Ответ: $2\frac{1}{12}$.

Обращаем внимание на то, что изменение настроек носит переключательный характер. Поэтому ответ получили в виде правильной дроби.

18) Вычислите разность $3\frac{2}{3}-2\frac{1}{2}$.

[SHIFT] [(▬⊟)] [3] [▶] [2] [▼] [3] [▶] [−] [SHIFT] [(▬⊟)] [2] [▶] [1] [▼] [2] [=]

Ответ: $1\frac{1}{6}$.

Напоминаем, что если вы не знаете, как вернуть исходный режим вычисления и представления чисел, то самый простой способ — это сброс всех настроек в исходное состояние последовательным нажатием клавиш [SHIFT] [9] [3] [=] [AC].

19) Вычислите произведение $2\cdot 1\frac{5}{6}$.

[2] [×] [SHIFT] [(▬⊟)] [1] [▶] [5] [▼] [6] [=] Ответ: $3\frac{2}{3}$.

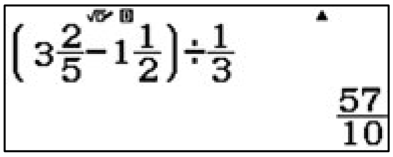
В калькуляторах CASIO серии fx – EX добавлена новая возможность ввода. Если вы уже ввели целую часть и забыли перед этим ввести знак правильной дроби, то можно последовательно нажать [SHIFT] [(▬⊟)]. На экране появится правильная дробь с введенной целой частью. Если нажать [⊟], то на экране появится неправильная дробь с введенным числителем.

20) Вычислите частное $1\frac{2}{3}:\frac{2}{5}$

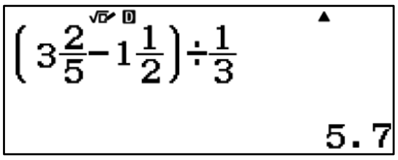
[1] [SHIFT] [(▬⊟)] [2] [▶] [3] [▶] [÷] [⊟] [2] [▶] [5] [=] Ответ: $4\frac{1}{6}$

21) Вычислите $\left(3\frac{2}{5}-1\frac{1}{2}\right):\frac{1}{3}$. Преобразуйте полученное значение в десятичную дробь, затем в неправильную дробь, затем в правильную дробь.

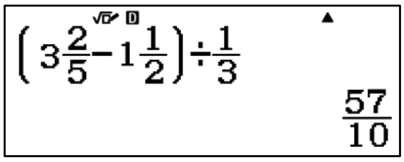
[(] [SHIFT] (■⌸) [3] [▶] [2] [▼] [5] [▶] [−] [1] [SHIFT] (■⌸) [1] [▼] [2] [▶] [)]
[÷] [⌸] [1] [▼] [3] [=]



[S⇔D]



[S⇔D]



Калькулятор позволяет вычислять и более сложные выражения с дробными числами.

22) Вычислите

$$\left(7\frac{1}{3}-6\frac{7}{18}\right):\frac{1}{4}-\left(3\frac{1}{18}-2\frac{7}{12}\right):\frac{17}{26}.$$

[SHIFT] [⌸] [7] [▶] [1] [▼] [3] [▶] [−] [SHIFT] [⌸] [6] [▶] [7] [▼] [1] [8] [▶] [)] [÷]
[⌸] [1] [▼] [4] [▶] [−] [(] [SHIFT] [⌸] [3] [▶] [1] [▼] [1] [8] [▶] [−] [SHIFT] [⌸] [2]
[▶] [7] [▼] [1] [2] [▶] [)] [÷] [⌸] [1] [7] [▼] [2] [6] [=]

Ответ: $3\frac{1}{18}$.

23) Вычислите $\dfrac{\left(\frac{9}{10}+3\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}\right):\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}$.

[⌸] [(] [⌸] [9] [▼] [1] [0] [▶] [+] [SHIFT] [⌸] [3] [▶] [1] [▼] [5] [▶] [×] [⌸] [2]
[▼] [3] [▶] [)] [÷] [⌸] [1] [▼] [2] [▼] [⌸] [5] [▼] [6] [=]

Ответ: $7\frac{7}{25}$.

Вычислите с помощью калькулятора (5).

5. а) $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{6}+\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{10}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$;

в) $\frac{4}{15}\left(6-2\frac{1}{10}\cdot 2\frac{1}{7}\right)$; г) $\left(2\frac{2}{3}-2\frac{2}{9}\right)\left(2-1\frac{1}{2}\right)$;

д) $\left(6\frac{1}{7}+5\frac{3}{4}\right):\frac{11}{14}+\left(2\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}\right):\frac{1}{6}$;

е) $5\frac{5}{8}:\frac{3}{8}\cdot 2\frac{1}{7}:3\frac{3}{4}\cdot 3\frac{1}{2}$;

ж) $\left(5\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{8}-5\frac{1}{4}:7\right):3+3\frac{3}{28}-\frac{1}{2}$;

з) $\left(7\frac{1}{3}-6\frac{7}{8}\right):\frac{3}{4}-\left(5\frac{1}{4}-4\frac{21}{10}\right):\frac{1}{2}$.

Вычислите с помощью калькулятора (6). Преобразуйте полученное значение в неправильную дробь, затем в десятичную дробь, затем в правильную дробь.

6. а) $\frac{2}{5}\left(8\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}\right)$; б) $5\frac{1}{10}\left(7\frac{3}{2}-3\frac{2}{5}\right)$;

в) $\frac{2}{3}\left(10\frac{4}{5}-3\frac{3}{2}\right)-1\frac{1}{2}$; г) $4\frac{25}{36}-\frac{1}{2}\left(3\frac{2}{3}+1\frac{1}{2}\right)$;

д) $\dfrac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)}{\frac{3}{5}+\frac{1}{3}}$; е) $\dfrac{\left(2\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}\right):1\frac{1}{2}}{2\frac{3}{7}}$;

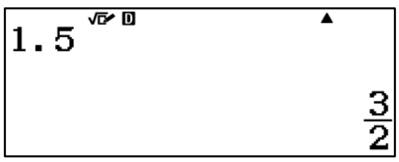
ж) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}:\frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{3}\left(1\frac{5}{6}+1\frac{2}{3}\right)}$; з) $\dfrac{1\frac{9}{11}\cdot 4\frac{1}{5}\left(\frac{7}{8}-\frac{7}{30}\right)\cdot}{6\cdot\frac{3}{4}+\frac{2}{5}}$;

1.5. Вычисление выражений с десятичными и обыкновенными, дробями, отрицательными числами.

Для представления числа в виде десятичной дроби в калькуляторах используется клавиша [•]. Она нужна для ввода разделителя целой части от дробной. В математике традиционно разделителем является «,», в калькуляторах и компьютерах это «.». Например, число 1,5 в калькуляторе записывается как 1.5.

24) Введите число 1,5.

[1] [•] [5] [=]

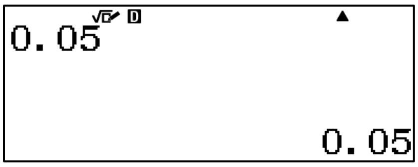


Калькулятор выдает ответ в виде неправильной дроби. Чтобы увидеть ответ в виде десятичной дроби, нужно нажать клавишу [S⇔D].

25) Введите число 0,05.

[0] [•] [0] [5] [=] [S⇔D]

[•] [0] [5] [=] [S⇔D]



При вводе числа меньше 1, знак 0 целой части можно не вводить.

Будьте внимательны при вводе числового выражения. Не следует ставить лишних разделителей, в противном случае появится сообщение об ошибке ввода «Syntax ERROR». Если это случилось, то можно нажать клавишу [AC] и повторить ввод либо подкорректировать введенное выражение так, как это было показано в предыдущих темах.

В калькуляторах CASIO серии fx – EX, можно менять внешний вид разделителя десятичной дроби результата вычислений. Для этого нужно сначала последовательно нажать клавиши [SHIFT] (SETUP). Откроется окно диалогового режима настройки калькулятора. С помощью клавиши [▼] перейти во второе окно. Клавишей [3] выбрать режим Decimal Mark (вид десятичного разделителя). Откроется окно.

Затем нажатием клавиши [1] можно выбрать режим «Dot» (точка), а клавишей [2] режим «Comma» (запятая).

Обращаем внимание на то, что настройка внешнего вида разделителя десятичной дроби касается только результата вычислений, отображаемого в нижней строке дисплея. Не следует вводить разделитель десятичной дроби [SHIFT] (,). В противном случае калькулятор зафиксирует синтаксическую ошибку «Syntax ERROR». В дальнейшем, во избежание путаницы, разделитель будем обозначать в виде точки.

Рассмотрим примеры вычисления простейших арифметических выражений с десятичными дробями.

26) Вычислите сумму $0{,}084+0{,}316$.

[0] [·] [0] [8] [4] [+] [0] [·] [3] [1] [6] [=] [S⇔D]

либо

[·] [0] [8] [4] [+] [·] [3] [1] [6] [=] [S⇔D]

```
0.084+0.316
                0.4
```

27) Вычислите разность $8{,}936-6{,}406$.

[8] [·] [9] [3] [6] [−] [6] [·] [4] [0] [6] [=] [S⇔D]   Ответ: 2,53.

Обратите внимание на то, что калькулятор выдает ответ сначала в виде обыкновенной дроби. Связано это с тем, что ответ в виде обыкновенной дроби – это максимально точный ответ. Поэтому всякий раз, когда нужно посмотреть ответ в виде десятичной дроби, приходится нажимать клавишу [S⇔D].

Можно вычислять и более сложные выражения.

28) Вычислите $45-\dfrac{52{,}622+12{,}93}{6{,}1+1{,}9}-47{,}36\cdot 0{,}1$.

[4] [5] [−] [□/□] [5] [2] [·] [6] [2] [2] [+] [1] [2] [·] [9] [3] [▼] [6] [·] [1]
[−] [1] [·] [9] [▶] [−] [4] [7] [·] [3] [6] [×] [0] [·] [1] [=] [S⇔D]

Ответ: 32,07.

29) Вычислите $\dfrac{\left(6\dfrac{3}{8}+3\right)\cdot 0{,}032\cdot\dfrac{1}{5}}{9{,}45-6\dfrac{9}{20}}\cdot 2053$.

[□/□] [(] [SHIFT] [□/□] [6] [▶] [3] [▼] [8] [▶] [+] [3] [)] [×] [0] [·] [0] [3] [2] [×]
[□/□] [1] [▼] [5] [▼] [9] [·] [4] [5] [−] [SHIFT] [□/□] [6] [▶] [9] [▼] [2] [0] [▶] [▶]
[×] [2] [0] [5] [3] [=] [S⇔D]

Ответ: 41,06.

В рассматриваемых калькуляторах для ввода отрицательного числа используется клавиша [(−)]. Можно также использовать клавишу [−]. В этом случае выполнится арифметическое действие вычитания числа.

30) Введите число –5.

[(−)] [5] [=] или [−] [5] [=]

Фактически последний способ ввода означает действие $0-5$.

31) Вычислите сумму $10+(-5)$.

[1] [0] [+] [(−)] [5] [=] или [1] [0] [+] [−] [5] [=] Ответ: 5.

Заключать отрицательное число в скобки не обязательно.

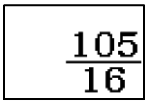
32) Вычислите разность $5-(-5)$.

[5] [−] [(−)] [5] [=] или [5] [−] [−] [5] [=] Ответ: 10.

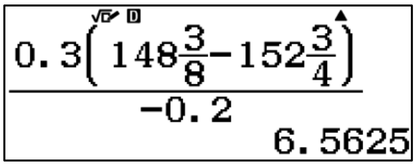
Все вычисления с отрицательными числами осуществляются аналогично тому, как это делалось ранее с положительными числами.

33) Вычислите $\dfrac{0{,}3\left(148\frac{3}{8}-152\frac{3}{4}\right)}{-0{,}2}$. Преобразуйте полученный ответ в десятичную дробь, затем в обыкновенную дробь, затем опять в вид десятичной дроби.

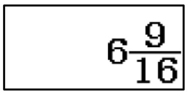
[▭/▭] [0] [·] [3] [(] [1] [4] [8] [SHIFT] [▭/▭] [3] [▼] [8] [▶] [−] [SHIFT] [▭/▭] [1] [5] [2] [▶] [3] [▼] [4] [▶] [)] [▼] [−] [0] [·] [2] [=]



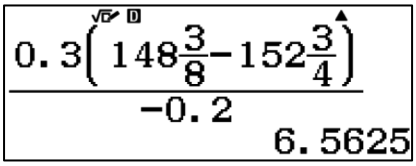
[S⇔D]



[SHIFT] [S⇔D]



[S⇔D]



Примеры из открытого банка заданий КИМ ЕГЭ

34) *Аккумулятор при токе I_1 = 5 А отдает во внешнюю цепь мощность P_1 = 9,5 Вт, а при токе I_2 = 7 А – мощность P_2 = 12,6 Вт. Найти ЭДС E и внутреннее сопротивление r аккумулятора.*

Решение.

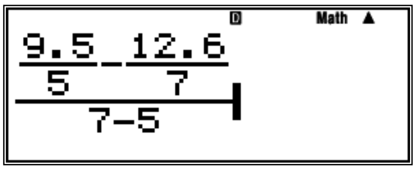
Напряжение U на зажимах аккумулятора:

$$U = E - I\cdot r = \frac{P}{I}.$$

Для двух случаев подключения составим систему:

$$\begin{cases} E - I_1 \cdot r = \dfrac{P_1}{I_1}; \\ E - I_2 \cdot r = \dfrac{P_2}{I_2}. \end{cases}$$

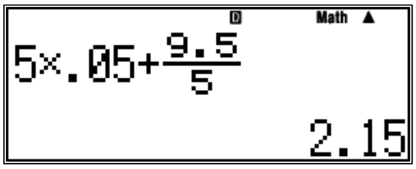
Отсюда $r = \dfrac{\dfrac{P_1}{I_1} - \dfrac{P_2}{I_2}}{I_2 - I_1} = \dfrac{\dfrac{9{,}5}{5} - \dfrac{12{,}6}{7}}{7-5} = 0{,}05$ (Ом).



$r = 0{,}05$ Ом

Рассчитаем ЭДС E:

$E = I_1 \cdot r + \dfrac{P_1}{I_1} = 5 \cdot 0{,}05 + \dfrac{9{,}5}{5} = 2{,}15$ (В).



Ответ: $E = 2{,}15$ В, $r = 0{,}05$ Ом.

Вычислите (7). Ответ преобразуйте в вид обыкновенной дроби, затем в вид десятичной дроби.

7. а) $29{,}5-10{,}5-3{,}273+2{,}372+4$;
   б) $98{,}3-(55-9{,}846+24{,}036+7{,}27-0{,}41)$;
   в) $16-\left(0{,}481+\dfrac{7}{25}\right)+\left(5{,}6-\dfrac{3}{5}\right)+\left(3{,}361-\dfrac{4}{5}\right)$;
   г) $43{,}801-1\dfrac{4}{5}-\left(10-4\dfrac{9}{20}+3{,}9\right)+6{,}649$;
   д) $\left(43\dfrac{3}{4}+6{,}82\right)-\left(3\dfrac{3}{4}+6{,}1\right)+\left(11-7{,}31+2\dfrac{1}{25}\right)$.

Вычислите (8).

8. а) $12{,}583+1{,}417-(39{,}868-250:4:0{,}016):7{,}9$;
   б) $17{,}08-0{,}7\cdot 52{,}3:(7-2{,}375+605\cdot 0{,}001)$;

в) $26\frac{3}{4}+0{,}042\cdot 2195-\dfrac{296\frac{1}{5}+39{,}8}{-10\frac{1}{4}+39\frac{4}{5}}$;

г) $39{,}86-\dfrac{8\frac{4}{5}}{6{,}934+38\frac{13}{40}:2\frac{1}{2}\cdot 0{,}2}-17$;

д) $23-9{,}146+1{,}613\left(\dfrac{2\frac{1}{50}-1\frac{2}{5}\cdot 0{,}5}{-\frac{33}{50}}\right)$.

2. РАСШИРЕННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ КАЛЬКУЛЯТОРОВ CASIO СЕРИИ EX

2.1. Приближенные вычисления

Рассматриваемые калькуляторы способны отображать во второй строке (строке результатов вычислений) число до 10 знаков. Предусмотрена, также, возможность изменения представления числа, полученного в результате вычисления или ввода значения. Для того чтобы на дисплее появилось меню настройки, необходимо последовательно нажать клавиши SHIFT **(SETUP)**. На дисплее появится диалоговое окно настройки калькулятора.

```
1:Input/Output
2:Angle Unit
3:Number Format
4:Fraction Result
```

Клавишей 3 выберем Number Format – режим представления результатов вычислений. Откроется диалоговое окно.

```
1:Fix
2:Sci
3:Norm
```

Режим «Fix» служит для задания числа значащих цифр после запятой. Нажатием соответствующей цифровой клавиши можно установить формат от 0 до 9 цифр после запятой. Если введенное число или число, полученное в результате вычисления, превышает установленный формат представления, то калькулятор округлит его по законам математики.

35) Введите число 5,345678. Округлить его до третьего знака после запятой.

AC SHIFT **(SETUP)** 3 1 3
5 • 345678 = Ответ: 5,346.

Далее для большей наглядности, вводимые числовые значения будут обозначаться без рамок.

Обращаем ваше внимание на то, что установка формата представления числа имеет переключательный характер, то есть установленный формат будет распространяться на

представление всех последующих введенных чисел или результатов вычислений. Если вы не знаете, как вернуть исходный режим представления чисел, то самый простой способ - это осуществить сброс настроек в исходное состояние последовательным нажатием клавиш SHIFT (RESET) 3 = AC.

36) Представьте в виде десятичной дроби с точностью до 0,01 число $\frac{13}{8}$.

SHIFT (SETUP) 3 1 2
▭ 13 ▼ 8 = S⇔D Ответ: 1,63.

Режим «Sci» служит для задания числа значащих цифр результата вычисления. Обычно в режиме «Sci» результат отображается в стандартном виде.

37) Округлите число 25,346 до 3 значащих цифр, затем до 2 значащих цифр, затем до 4.

SHIFT (SETUP) 3 2 3
25 • 346 = S⇔D
SHIFT (SETUP) 3 2 2 = S⇔D
SHIFT (SETUP) 3 2 4 = S⇔D

Обратите внимание на то, что калькулятор выдает максимально точный ответ в виде обыкновенной дроби. Самое интересное, что калькулятор устроен так, что в вычислениях он стремится преобразовать каждое введенное число в вид обыкновенной дроби и проводить все вычисления с обыкновенными дробями. И лишь только тогда, когда общее количество знаков (число знаков в числителе, знаменателе и знак дроби) в сумме превышает 10, калькулятор начинает оперировать с числом в виде десятичной дроби.

38) Представьте число $12\frac{3}{14}$ с точностью до трех значащих цифр.

SHIFT (SETUP) 3 2 3
SHIFT ▭ 12 ► 3 ▼ 14 = S⇔D Ответ: 1.22×10^{1}.

Режим «Norm» служит для установки режима автоматического представления числа. В меню имеются два режима «Norm». В режиме Norm1 числа меньше 10^{-2} и больше 10^{10} отображаются на дисплее в стандартном виде ($1 \le n \le 10$ умноженное на 10 в соответствующей степени). В режиме Norm2 в стандартном виде отображаются числа, которые меньше 10^{-9} и больше 10^{10}.

Исходным режимом настройки калькулятора является Norm1 и при последовательном нажатии [SHIFT] (RESET) [3] [=] [AC] будет установлен именно этот режим представления числа.

---

9. Округлите число 12, 3456789 до:
   а) 0,000001; б) 0,00001; в) 0,0001; г) 0,001; д) 0, 01; е) 0,1.

10. Представьте в виде десятичной дроби с точностью до 0,1 число:
   а) $\frac{15}{8}$; б) $\frac{19}{34}$; в) $\frac{12}{54}$; г) $\frac{7}{32}$; д) $\frac{11}{12}$; е) $\frac{32}{23}$; ж) $\frac{18}{44}$; з) $\frac{25}{45}$.

11. Округлите число 27,19248 до значащих цифр:
   а) 7; б) 6; в) 5; г) 4; д) 3; е) 2.

12. Вычислите с точностью до 0,01.

а) $0{,}5+\frac{1}{4}-0{,}16666+1{,}125;$ б) $0{,}62+\frac{7}{40}+0{,}426;$

в) $(520\cdot 0{,}43)\cdot 0{,}26-21{,}7\cdot 2\frac{3}{7};$ г) $2\frac{1}{2}\left(0{,}6:3\frac{3}{4}\right)+3{,}75:1\frac{1}{3};$

д) $\dfrac{2\frac{3}{4}:1{,}1+3\frac{1}{3}}{2{,}5-0{,}4\cdot 3\frac{1}{3}}:\frac{7}{5};$ е) $\dfrac{5\frac{5}{6}\left(6{,}8-3\frac{3}{5}\right)}{56\left(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}\right)};$

ж) $\dfrac{\left(\frac{1}{6}+0{,}1+\frac{1}{15}\right):\left(\frac{1}{6}+0{,}1-\frac{1}{15}\right)\cdot 2{,}152}{\left(0{,}5-\frac{1}{3}+0{,}25-\frac{1}{5}\right):\left(0{,}25-\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{7}{13}};$

з) $\dfrac{1{,}2\left(13{,}75+9\frac{1}{6}\right)}{\frac{5}{9}\left(10{,}3-8\frac{1}{2}\right)}+\dfrac{5\frac{5}{6}\left(6{,}8-3\frac{3}{5}\right)}{56\left(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}\right)}.$

2.2. Вычисление выражений, содержащих степени и корни с рациональным показателем

Для возведения числа в квадрат в калькуляторах используется клавиша [x^2], для возведения в куб – клавиша [x^3], для возведения в произвольную степень – клавиша [$x^■$].

39) Вычислите арифметическое выражение $2^4+2^3+2^2$.

2 [$x^■$] [4] [▶] [+] 2 [x^3] [+] 2 [x^2] [=]   Ответ: 28.

40) Вычислите арифметическое выражение с точностью до 0,01

$$2{,}5^{2{,}5}+3^{\frac{1}{3}}-1{,}36^{3{,}2}.$$

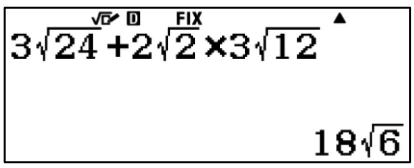
[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]
2 [·] 5 [$x^■$] 2 [·] 5 [▶] [+] 3 [$x^■$] [$\frac{■}{□}$] 1 [▼] 3 [▶] [▶] [−] 1 [·] 36 [$x^■$] 3 [·] 2 [=]

Ответ: 8,65.

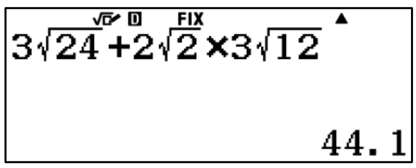
Для вычисления квадратного корня используется клавиша [$\sqrt{■}$], для вычисления корня третьей степени - комбинация клавиш [SHIFT] ($\sqrt[3]{■}$), корня произвольной степени - [SHIFT] ($\sqrt[■]{□}$).

41) Упростите выражение $3\sqrt{24}+2\sqrt{2}\cdot3\sqrt{12}$ и вычислите с точностью до 0,1.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [1] [3]
[$\sqrt{■}$] 24 [▶] [+] 2 [$\sqrt{■}$] 2 [▶] [×] 3 [$\sqrt{■}$] 12 [=]



[S⇔D]

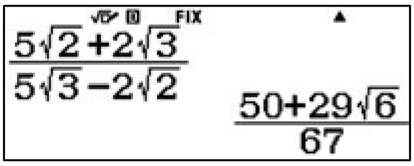


Обратите внимание на то, что подобно вычислениям с обыкновенными дробями, калькулятор оперирует с иррациональными выражениями так, как это принято в математике, и выдает максимально точный ответ – ответ в

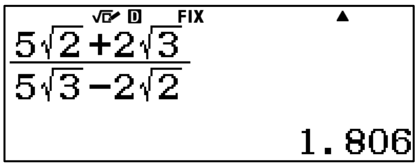
виде иррационального выражения. Поэтому для просмотра ответа в виде десятичной дроби каждый раз придется нажимать клавишу [S⇔D].

42) Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$ и вычислите с точностью до 0,001.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [3]
[⊟] 5 [√■] 2 [▶] [+] [2] [√■] 3 [▼] 5 [√■] 3 [▶] [−] 2 [√■] 2 [=]



[S⇔D]



43) Вычислите $\dfrac{25\sqrt[4]{2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{250}+5\sqrt[4]{8}}$ с точностью до 0,01.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]
[⊟] 25 [×] [SHIFT] (■√□) 4 [▶] 2 [▶] [+] 2 [√■] 5 [▼] [√■] 250 [▶] [+] 5 [×] [SHIFT] (■√□) 4 [▶] 8 [=]

Ответ: 1,41.

При вычислении иррациональных выражений, содержащих корни степени 2, калькулятор всегда выдает ответ в виде десятичной дроби.

Обратите внимание на то, что если перед знаком корня произвольной степени стоит число, то при вводе выражения после этого числа следует ставить знак умножения.

44) Вычислите с точностью до 0,01 $2{,}5\sqrt[3]{2{,}5}-\sqrt[3{,}5]{3{,}5}$.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]
2 [·] 5 [SHIFT] (³√■) 2 [·] 5 [▶] [−] [SHIFT] (■√□) 3 [·] 5 [▶] 3 [·] 5 [=]

Ответ: 1,96.

45) Вычислите с точностью до 0,01

$5\sqrt[3]{6\sqrt{32}}-3\sqrt[3]{9\sqrt{162}}$.

5 [SHIFT] (³√■) 6 [√■] 32 [▶] [▶] [−] [3] [SHIFT] (³√■) [9] [√■] 162 [=]

Ответ: 1,62.

46) Вычислите $\left(\dfrac{\sqrt[4]{8}-2}{\sqrt[4]{2}-\sqrt[3]{2}}-2\sqrt[12]{128}\right)^{\frac{2}{3}}$ с точностью до 0,001.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [3]
[(] [▭/▭] [SHIFT] (■√□) 4 ▶ 8 ▶ [−] 2 ▼ [SHIFT] (■√□) 4 ▶ 2 ▶ [−] [SHIFT] (³√■) 2 ▶
▶ [−] 2 [×] [SHIFT] (■√□) 12 ▶ 128 [)] [DEL] ▶ [)] [x■] [▭/▭] 2 ▼ 3 [=]

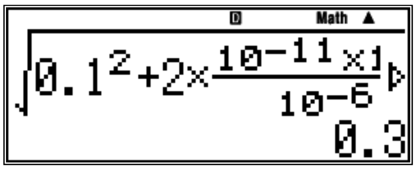
Ответ: 1,312

<u>Примеры из открытого банка заданий КИМ ЕГЭ</u>

47) *Пылинка, имеющая положительный заряд 10^{-11} Кл и массу 10^{-6} кг, влетела в однородное электрическое поле вдоль его силовых линий с начальной скоростью 0,1 м/с и переместилась на расстояние 4 см. Какой стала скорость пылинки, если напряженность поля 10^{5} В/м?*
Решение.

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\cdot a\cdot l}=\sqrt{\upsilon_0^2+2\cdot\frac{q\cdot E}{m}\cdot l}.$$

$$\upsilon=\sqrt{0{,}1^2+2\cdot\frac{10^{-11}\cdot 10^{5}}{10^{-6}}\cdot 4\cdot 10^{-2}}=0{,}3\text{ (м/с)}.$$



Ответ: υ = 0,3 м/с.

Вычислите выражение с точностью до 0,01 (13, 14)

13. а) $2\sqrt{2}+3\sqrt{3}+5\sqrt{6}$; б) $2\sqrt{3+\sqrt{5}+2\sqrt{8}}$;

в) $3\sqrt{5+2\sqrt{3}}-2\sqrt{3+3\sqrt{2}}$; г) $2\sqrt{3-2\sqrt{2}}+2\sqrt{5-2\sqrt{5}}$;

д) $\sqrt[4]{32\sqrt[3]{4}}+\sqrt[4]{64\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}-3\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}$;

е) $2\sqrt{40\sqrt{12}}+3\sqrt{5\sqrt{48}}-2\sqrt[4]{75}-4\sqrt{15\sqrt{27}}$;

ж) $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}}-3\sqrt[3]{9\sqrt{162}}-11\sqrt[6]{18}+2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$;

з) $\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}$

14. а) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{3}{\sqrt{3}-2}+\frac{15}{3-\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{3}+5\right)^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\frac{\sqrt[4]{7\sqrt[3]{54}+15\sqrt[3]{128}}}{\sqrt[3]{4\sqrt[4]{32}}+\sqrt[3]{9\sqrt[4]{162}}}$;

в) $\frac{5\sqrt[3]{4\sqrt[3]{192}}+7\sqrt[3]{18\sqrt[3]{81}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{24}+6\sqrt[3]{375}}}$;

г) $\left(\frac{4}{3-\sqrt{5}}\right)^{3}-\left(\frac{6-5\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}}\right)^{2}$;

д) $\frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\left(\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2}\right)^{2}+\left(\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}\right)^{3}}$;

е) $\frac{\left(5-2\sqrt{6}\right)^{2}+\left(5+2\sqrt{6}\right)^{2}}{\sqrt{27}+3\sqrt{18}+3\sqrt{12}}$;

ж) $\frac{\sqrt{21+8\sqrt{5}}}{\left(4+\sqrt{5}\right)^{2}}\left(2-\sqrt{3}\right)^{2}$;

з) $\left(\frac{\sqrt[4]{8}+2}{\sqrt[4]{2}+\sqrt[3]{2}}-\sqrt[3]{4}\right)^{2}:\left(3\sqrt[3]{172}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

2.3. Вычисление логарифмических и показательных функций.

Рассматриваемые модели калькуляторов позволяют вычислять выражения, содержащие показательные функции по основанию степени е и 10, а также логарифмы по любому основанию. Для этого используются клавиши: [log] - для ввода функции десятичного логарифма, [ln] - натурального логарифма, а также [log■□] - для ввода логарифмов по произвольному основанию, [SHIFT] $(10^{■})$ и [SHIFT] $(e^{■})$ - для ввода показательных функций по основанию степени 10 и е.

48) Вычислите ln10

[ln] 10 [=] Ответ:2,302585093.

49) Вычислите e^{10}.

[SHIFT] $(e^{■})$ 10 [=] Ответ: 22026,46579.

50) Вычислите $10^{3,5}$.

SHIFT ($10^{■}$) 3 • 5 =   Ответ: 3162,27766.

51) Вычислите $10\lg 25 - 36e^5$ с точностью до 0,01.

SHIFT MENU 3 1 2

10 log 25) − 36 SHIFT ln 5 =   Ответ: –5328,89.

52) Вычислите $\ln \lg \sqrt[4]{e^{22}} + e^{\frac{1}{\lg 3}}$ с точностью до 0,001.

SHIFT MENU 3 1 3

ln log SHIFT $x^{■}$ 4 ▶ SHIFT ($e^{■}$) 2 2 ▶ ▶)) + SHIFT ($e^{■}$) ▭ 1 ▼ log 3) ▶ ▶ =

Ответ: 9,003.

53) Вычислите $\log_3\left(\frac{5}{7}\right) + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{9}{8}\right)$ с точностью до 0,001.

$\log_{■}▭$ 3 ▶ ▭ 5 ▼ 7 ▶ ▶ + $\log_{■}▭$ ▭ 1 ▼ 3 ▶ ▶ ▭ 9 ▼ 8 =

Ответ: –0,413.

<u>Примеры из открытого банка заданий КИМ ЕГЭ</u>

54) *Активность радиоактивного препарата уменьшилась в четыре раза за t = 8 дней. Найти период полураспада T этого препарата.*

Решение.

Обозначим: a_0 – активность препарата в начальный момент времени, a – активность препарата через t дней.

Активностью a радиоактивного препарата называется величина, равная числу распадающихся ядер в единицу времени. В отличие от периода полураспада, который для данного препарата является постоянной величиной, активность с течением времени убывает.

Пусть в начальный момент за единицу времени распадалось a_0 ядер препарата, а через время t стало распадаться в единицу времени a ядер. Тогда, согласно закону убывания активности,

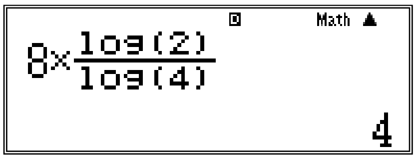
$$a = a_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \text{ или } \frac{a_0}{a} = 2^{\frac{t}{T}}.$$

Прологарифмируем обе части уравнения

$$\lg \cdot \frac{a_0}{a} = \frac{t}{T} \cdot \lg 2$$

и определим период полураспада T:

$$T = t \cdot \frac{\lg 2}{\lg \frac{a_0}{a}} = 8 \cdot \frac{\lg 2}{\lg 4} = 4 \text{ (дня).}$$



Ответ: $T = 4$ дня.

55) *Через какое время доля распавшихся ядер радиоактивного элемента составит 0,71 от их первоначального количества?*

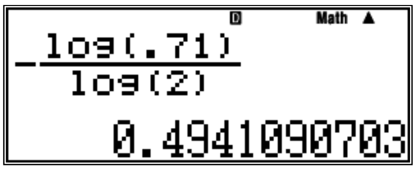
Решение.

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}, \text{ откуда } \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T}}.$$

По условию задачи время t надо найти из уравнения: $0{,}71 = 2^{-\frac{t}{T}}$.

После логарифмирования получим $\lg 0{,}71 = -\frac{t}{T} \cdot \lg 2$.

$$\frac{t}{T} = -\frac{\lg 0{,}71}{\lg 2} = 0{,}5.$$



Ответ: $t = 0{,}5 \cdot T$.

Ответ получился положительным, так как lg0,71 – это отрицательное число.

Вычислите с точностью до 0,001 (15, 16).

15. а) $\lg 3 - \lg 2 - 0{,}5$; б) $\sqrt{\lg 10 - 0{,}9} + \sqrt{5^3}$;

в) $\lg(\lg 20)) + \lg(\log_5 18 + 2)$; г) $\lg 18 + \ln 12 + 2{,}5$;

д) $\ln\left(2{,}2^8 - 8\right) + \lg(\ln 18)$; е) $\lg 12 \ln 18 \log_{\frac{1}{3}} 72 \log_5 36$;

ж) $\lg\left(625\sqrt[5]{5^8 - 3^9}\right)$; з) $\lg\sqrt[3]{5^8 - 3^9} + \ln\sqrt[3]{25}$.

16. а) $e^{2,36} + e^{\lg 2,5}$; б) $\lg e^{22,5} + \log_3 e^{2,5}$;

в) $e^{\frac{1}{\lg 3}} + 2^{\lg 36} + 3{,}5$; г) $-\ln\lg\sqrt[4]{e^{25}}$;

д) $-\ln\lg\sqrt[3]{e^{\lg 25}}$; е) $36^{\lg 5} + 10^{1-\lg 2} - e^{3,6}$;

ж) ; $10^{2(\lg 2+3)} - 2e^{\lg 5}$ з) $3\lg\sqrt[5]{10^2 - 8} - \ln 25$;

2.4. Вычисление тригонометрических функций

Рассматриваемые модели калькуляторов позволяют проводить вычисления тригонометрических выражений. Исходный режим калькуляторов – вычисление тригонометрических выражений в градусной мере. Для изменения меры тригонометрической функции необходимо последовательно нажать клавиши [SHIFT] (SETUP). Откроется диалоговое окно настроек калькулятора.

```
1:Input/Output
2:Angle Unit
3:Number Format
4:Fraction Result
```

Нажатием клавиши [2] выбираем режим Angle Unit. Откроется окно выбора меры угла.

```
1:Degree
2:Radian
3:Gradian
```

Нажатием клавиши [1] выбираем режим Degree (измерение угла в градусах), [2] режим Radian (в радианах), [3] режим Gradian (в градах).

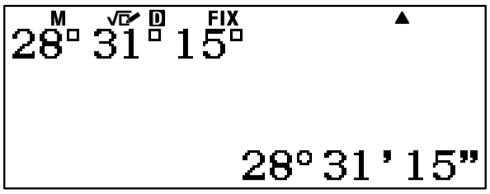
Если вы сомневаетесь в правильности выбранного режима, то можете провести сброс настроек калькулятора в исходное состояние последовательным нажатием клавиш [SHIFT] [9] [3] [=] [AC]. В этом случае для вычисления тригонометрических выражений будет использоваться градусная мера.

Для ввода чисел в градусной мере предназначена клавиша [°’’’].

56) Введите число 28°31′15″.

[2] [8] [°’’’] [3] [1] [°’’’] [1] [5] [°’’’] [=]

На дисплее появится число в привычном виде.



Заметим, что калькулятор воспринимает градусную меру числа, как число, представленное в шестидесятеричной системе счисления. Соответственно он позволяет проводить вычисления с числами, представленными в градусной мере. Если введенное число выходит за пределы градусной меры, то калькулятор осуществляет приведение числа к ней.

Рассмотрим пример приведения числа $1°62'59''$ к градусной мере.

[1] [°’’’] [6] [2] [°’’’] [5] [9] [°’’’] [=]

На дисплее появится ответ $2°2'59''$.

57) Вычислите sin 30°.

[sin] [3] [0] [=] Ответ: $\frac{1}{2}$.

58) Вычислите sin 30°30′.

[sin] [3] [0] [°’’’] [3] [0] [°’’’] [=]

Аналогично [sin] [3] [0] [•] [5] [=] Ответ: 0,507538363.

Обратите внимание на то, что градусы, минуты и секунды вводятся одной клавишей и на дисплее отображаются одним знаком.

59) Вычислите $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Сначала установим на калькуляторе режим радианной меры.

[SHIFT] (SETUP) [2] [2]

[cos] [▭/▭] [SHIFT] (π) [▼] [3] [=] Ответ: $\frac{1}{2}$.

Здесь нажатие клавиш [SHIFT] (π) вводит значение числа π.

60) Вычислите tg 260° с точностью до 0,01.

[SHIFT] **(RESET)** [3] [=] [AC]

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]

[tan] 260 [=] Ответ: 5,67.

61) Вычислите $\sin(15^0)\mathrm{tg}(30^0)$ с точностью до 0,01

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]

[sin] [1] [5] [)] [tan] [3] [0] [=]

$$\frac{-\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{12}$$

[S⇔D]

0.15

Ответ: $\dfrac{-\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{12}$ или 0,15.

В данном примере устанавливать градусную меру необязательно, поскольку настройки носят переключательный характер и градусная мера установлена в предыдущем примере. В выражении ставится только закрывающая скобка, после задания функции открывающая скобка ставится автоматически.

Обратите также внимание на то, что калькулятор выдает результат вычисления с максимальной точностью в виде дроби либо в виде иррационального выражения, в том числе и дробного. Калькулятор выдает ответ в виде десятичной дроби только в том случае, если его нельзя представить ни в виде дробного числа, ни в виде иррационального выражения.

62) Вычислите $\sin\left(\dfrac{10\pi}{6}\right)+\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$ с точностью до 0,01.

[SHIFT] (SETUP) [3] [1] [2]

[SHIFT] (SETUP) [2] [2]

[sin] [■/■] [1] [0] [SHIFT] (π) [▼] [6] [▶] [)] [+] [cos] [■/■] [2] [SHIFT] (π) [▼] [3] [▶] [)]
[+] [sin] [■/■] [5] [SHIFT] (π) [▼] [6] [=]

Ответ: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ или –0,87.

В рассматриваемых калькуляторах обозначение основных тригонометрических функций нанесено на соответствующие клавиши белым цветом. Над этими клавишами желтым цветом обозначены их обратные функции. Для задания обратной функции необходимо нажать клавишу [SHIFT] (она устанавливает режим дополнительных функций, обозначенных желтым цветом), затем нажмите соответствующую клавишу.

63) Вычислите $arctg\frac{\sqrt{3}}{3}$.

[SHIFT] **(RESET)** [3] [=] [AC]
[SHIFT] [tan] [■/■] [√■] 3 [▼] 3 [=]   Ответ: 30°.

64) Вычислите $\mathrm{arctg}\sqrt{3}$.

[SHIFT] [tan] [√■] [3] [=]   Ответ: 60°.

65) Вычислите с точностью до 0,01

$$\arccos\left(\sin\frac{7}{9}\pi\right)+\arcsin\left(\cos\frac{7}{24}\pi\right)$$

[SHIFT] (SETUP) [2] [2]

[SHIFT] (SETUP) [MENU] [3] [1] [2]

[SHIFT] ($\cos^{-1}$) [■/■] [7] [▼] [9] [▶] [SHIFT] (π) [)] [)] [+] [SHIFT] ($\sin^{-1}$) [cos] [■/■] [7] [▼]

[2] [4] [▶] [SHIFT] (π) [=] $\frac{35}{72}\pi$

Ответ: $\frac{35}{72}\pi$.

66) Вычислите $\arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)-3arctg\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ с точностью до 0,001.

[SHIFT] (SETUP) [2] [2]
[SHIFT] (SETUP) [MENU] [3] [1] [3]

SHIFT (sin^{-1}) [▭/▭] [√▭] 6 ▶ − [√▭] 2 ▼ 4 ▶) − 3 SHIFT (tan^{-1}) [▭/▭]
[√▭] + DEL 3 ▼ 3 ▶) =

$-\frac{5}{12}\pi$

SHIFT MENU 2 1 = [°'"]

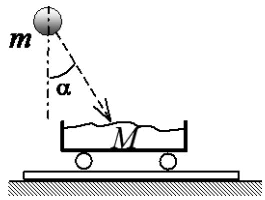
-75°0'0"

Ответ: $-\frac{5}{12}\pi$ или -75^0.

Таким образом осуществляется пересчет выражения уже в градусной мере угла.

<u>Примеры из открытого банка заданий КИМ ЕГЭ</u>

67) *Камень массой m = 4 кг падает под углом α = 40° к вертикали со скоростью 10 м/с в тележку с песком общей массой M = 16 кг, покоящуюся на горизонтальных рельсах. Определите скорость тележки с камнем после падения в нее камня.*



а) 1,0 м/с б) 1,3 м/с в) 1,5 м/с г) 2,0 м/с

Решение.

Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось:

$$m\cdot\upsilon\cdot\sin\alpha = (M+m)\cdot u.$$

$$u = \frac{m\cdot\upsilon\cdot\sin\alpha}{M+m} = \frac{4\cdot 10\cdot\sin 40}{20} = 1{,}3 \text{ (м/с)}.$$

D Math ▲

4×10×sin(40) / 20

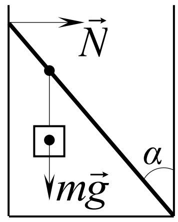
1.285575219

Ответ: u = 1,3 м/с.

68) *Невесомый стержень длиной 1 м, находящийся в ящике с гладкими дном и стенками, составляет угол α = 40° с вертикалью (см. рисунок). К стержню на расстоянии 25 см от его левого конца подвешен на нити шар массой 2 кг (см. рисунок). Каков модуль силы N,*

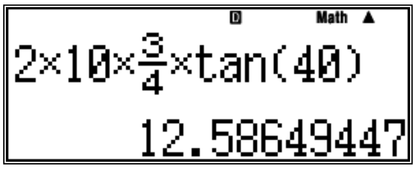
действующей на стержень со стороны левой стенки ящика? Ответ округлите до десятых.

Решение.



Условие равновесия: $N \cdot L \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot 3\frac{3}{4} \cdot L \cdot \sin\alpha$.

Тогда $N = m \cdot g \cdot \frac{3}{4} \cdot \mathrm{tg}\,\alpha = 2 \cdot 10 \cdot \frac{3}{4} \cdot \mathrm{tg}(40°) = 12{,}6$ (Н).



Ответ: $N = 12{,}6$ Н.

Вычислите с точностью до 0,01 (17, 18).

17. а) $\sin 45° \sin 15°$; б) $\cos 75° \cos 15°$;

в) $\sin\frac{\pi}{24}\cos\frac{7\pi}{24}$; г) $\mathrm{tg}\,20°\,\mathrm{tg}\,40°\,\mathrm{tg}\,80°$;

д) $\frac{1}{2\sin 10^0} - 2\sin 72^0$; е) $\cos\frac{\pi}{5} - \sin\frac{2\pi}{5}$;

ж) $\mathrm{tg}\,22°30' - \mathrm{ctg}\,22°30'$; з) $\mathrm{tg}\,40° + \mathrm{ctg}\,40°$.

18. а) $\sin\left[\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$; б) $\sin\left[\frac{1}{2}\arcsin\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\right]$;

в) $\mathrm{ctg}\left[\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{4}{7}\right)\right]$; г) $\mathrm{tg}\left(5\,\mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4}\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

д) $\sin\left(3\,\mathrm{arctg}\sqrt{3} + 2\arccos\frac{1}{2}\right)$;

е) $\cos\left[3\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$.

3 КАЛЬКУЛЯТОР КАК ИНСТРУМЕНТ АНАЛИЗА И ИССЛЕДОВАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ И НА ЭКЗАМЕНЕ ЕГЭ ПО ФИЗИКЕ.

Рассматриваемые модели калькуляторов это - не только инструмент для вычислений. Они незаменимы при проведении исследований в процессе изучения физики, а также при выполнении заданий на ЕГЭ по физике, например заданий с развёрнутым ответом второй части контрольных измерительных материалов.

В этом случае решающую роль играют три специальных режима рабо-ты калькулятора.

Первый режим – это исследование функций.

Все функции, которые необходимо знать для успешного выполнения заданий ЕГЭ, можно условно разделить на две группы.

К первой группе относятся линейные и квадратичные функции $y = kx+b$, $y = \frac{a}{bx+c}$, $y = ax^2+bx+c$, а также тригонометрические функции. Их построению и анализу учат в курсе математики. Но в курсе физики и в заданиях ЕГЭ широко используется и другая группа, которая специально в математике не изучается. В качестве примеров приведём резонансную кривую, график зависимости КПД источника от сопротивления, зависимость КПД наклонной плоскости от угла и др. Без калькулятора крайне сложно, а зачастую и невозможно, провести анализ таких функций, ответить на вопросы КИМ ЕГЭ. Этот режим рассмотрен в п. 3.1.

Второй режим – статистическая обработка результатов измерений.

При выполнении лабораторных работ этот режим необходим для обработки результатов измерений, в которых присутствуют случайные погрешности. Таких лабораторных работ в школьном курсе физики – более половины. Соответственно и в ЕГЭ включены задания, в которых используются результаты лабораторных работ (это так называемые методологические задания ЕГЭ).

Поэтому в пособие включены материалы разбора примеров заданий с обработкой результатов экспериментальных данных с помощью калькуляторов, которые представлены в ЕГЭ по физике. В п.3.2 рассмотрены материалы, связанные с погрешностями.

Третий режим – определение вида функции (уравнения) по результатам экспериментального исследования. Научное название этого умения учащихся – регрессионный анализ. Без использования этого режима не представляется возможной эффективная подготовка к ЕГЭ. Этот режим позволяет значительно повысить эффективность подготовки к ЕГЭ.

В качестве примера приведём одну из перспективных моделей заданий ЕГЭ.

В таблице приведены результаты исследования зависимости напряжения U на полюсах источника тока от силы тока I в электрической цепи. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника по этим результатам.

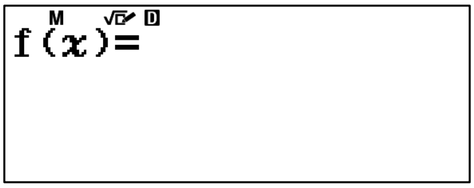
U, В	*5,2*	*4,8*	*4,5*	*4,3*	*4,1*	*4,0*
I, А	*0*	*0,3*	*0,5*	*0,7*	*0,9*	*1*

Для решения задачи, очевидно, необходимо найти значения коэффициентов a и b уравнения $y = a + bx$
где,
$a=E$ – ЭДС, $b = r$ – внутреннее сопротивление в формуле $U = E - Ir$, где напряжение U – функция, I – аргумент.

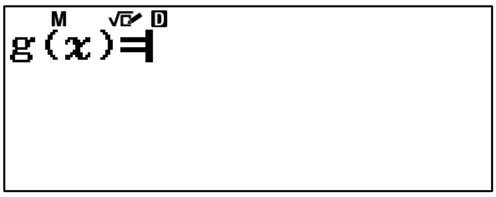
Далее по тексту в разделе 3.3 разбирается решение.

3.1 Расчет таблицы значений и исследование функций

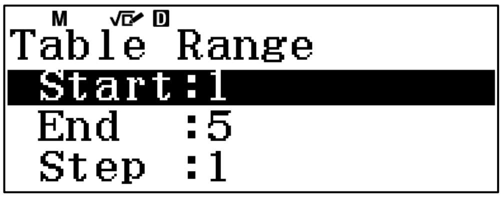
Калькуляторы могут значительно облегчить работу по построению и исследованию графиков функций. Они могут быстро рассчитать таблицу значений функций, по которой ее можно легко построить на бумаге. Для этого сначала нужно нажатием на клавишу MENU перейти в меню выбора режимов вычислений. Затем выбрать режим Table – вычисление таблицы значений функции. Откроется диалоговое окно ввода функции.



Затем нужно ввести функцию. В рассматриваемых моделях калькуляторов переменная *x* выделена на клавиатуре красным цветом, поэтому для ввода переменной *x* нужно сначала нажать клавишу ALPHA, затем). Далее эту операцию будем обозначать ALPHA**(X).** После ввода функции нужно нажать =. Появится диалоговое окно ввода второй функции.



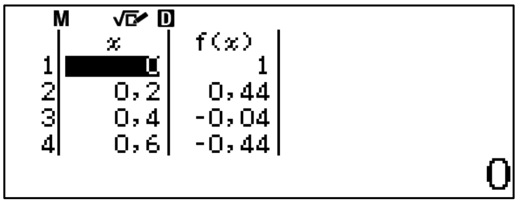
Если вторую функцию вводить не требуется, то нужно нажать клавишу =. На дисплее появится диалоговое окно ввода параметров таблицы значений функции (параметры таблиц, если вводим две функции).



Все параметры вводятся по порядку. Для ввода значения нужно нажать клавишу [=]. Здесь Start – значение начальной координаты x исследуемой функции, End – значение конечной координаты x, Step – шаг по оси X таблицы значений функции. После ввода шага функции нужно еще раз нажать [=] , и на дисплее появится таблица значений функции.

69) Составьте таблицу значений функции $f(x) = x^2 - 3x + 1$ на интервале x=[0, …,3] с шагом 0,2.

[MENU] [3] [ALPHA] (X) [x^2] [−] [3] [ALPHA] (X) [+] [1] [=] [=] [0] [=] [3] [=] [·] [2] [=] [=]



Сразу все значения функции не помещаются на экране, но с помощью клавиш [▲] [▼] можно перемещаться по таблице.

В результате, получим следующую таблицу:

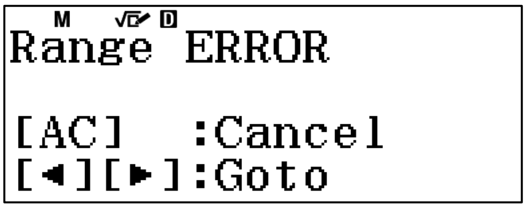
	x	F(x)
1	0	1
2	0.2	0.44
3	0.4	–0.04
4	0.6	–0.44
5	0.8	–0.76
6	1	–1
7	1.2	–1.16
8	1.4	–1.24
9	1.6	–1.24
10	1.8	–1.16

11	2	–1
12	2.2	–0.76
13	2.4	–0.44
14	2.6	–0.04
15	2.8	0.44
16	3	1
17		

Режим расчета таблицы значений функций может быть полезен не только для построения графиков функций на бумаге, но и для исследования функций. Например, в рассмотренном примере можно увидеть область перегиба функции с точностью до 0,2 по оси x. Она находится в интервале [1,4 ; 1,6] по оси x.

70) С помощью режима вычисления табличных значений определите точки экстремума функции $y = 3x^3 - 2x$ с точностью 0,01 по оси «x».

Если установить диапазон функции от – 1 до 1 и задать шаг 0,01, то в калькуляторе появится сообщение об ошибке переполнения памяти.



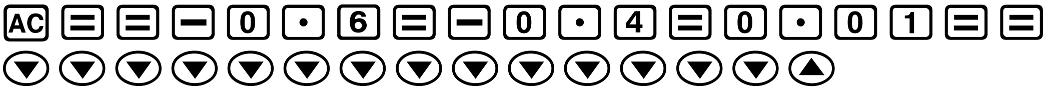
Поэтому нужно предварительно определить области, где находятся экстремумы функции. Для этого зададим шаг 0,1.

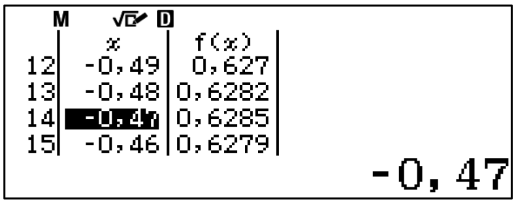
MENU 3 3 ALPHA (X) x^3 − 2 ALPHA (X) = = − 1 = 1 = 0 • 1 = =

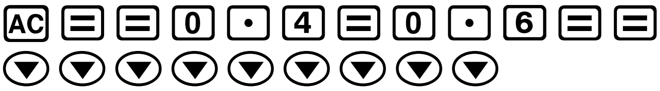
	X	F(x)
…		
5	–0,6	0,552
6	–0,5	0,625
7	–0,4	0,608
…		
15	0,4	–0,608
16	0,5	–0,625
17	0,6	–0,552
…		

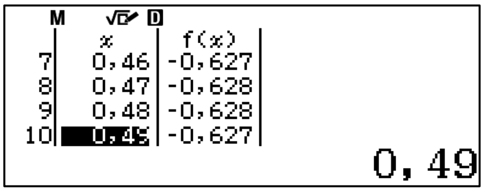
Из таблицы видно, что функция имеет две точки экстремума: в диапазонах]-0,6 ; -0,4[и]0,4 ; 0,6[.

В калькуляторах предусмотрена возможность корректировки как самой функции, так и ее параметров. Для этого нужно нажать AC и повторить ввод. Если функция или какие-то ее параметры в корректировке не нуждаются, то для перехода к следующему действию достаточно нажать =. Исследуем функцию в вышеуказанных диапазонах.









Ответ: (–0,47; 0,6285), (0,48; –0,628).

71) Исследуйте функцию $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$ в диапазоне [–5 ; 5].

	X	F(x)
1	–5	–12,5
2	–4	–10,67
3	–3	–9
4	–2	–8
5	–1	ERROR
6	0	0
7	1	1
8	2	2,67

9	3	4,50
10	4	6,40
11	5	8,33

Проанализируем полученные данные. Функция возрастает на интервале x = [–5;–2], x = –1 – точка разрыва функции (ERROR означает отсутствие функции в данной точке), функция возрастает на интервале x=[0;5]. Рассмотрим более подробно поведение функции около точки разрыва. Для этого составим таблицу значений на интервале x=[–2;0] с шагом 0,1.

AC = = – 2 = 0 = 0 . 1 = =

	X	F(x)
1	–2	–8
2	–1,9	–8,022
3	–1,8	–8,1
4	–1,7	–8,257
5	–1,6	–8,533
6	–1,5	–9
7	–1,4	–9,8
8	–1,3	–11,26
9	–1,2	–14,40
10	–1,1	–24,2
11	–1	ERROR
12	–0,9	16,2
13	–0,8	6,4
14	–0,7	3,2666
15	–0,6	1,8
16	–0,5	1
17	–0,4	0,5333
18	–0,3	0,2571
19	–0,2	0,1
20	–0,1	0,0222
21	0	0

График функции имеет вид (рис.1).

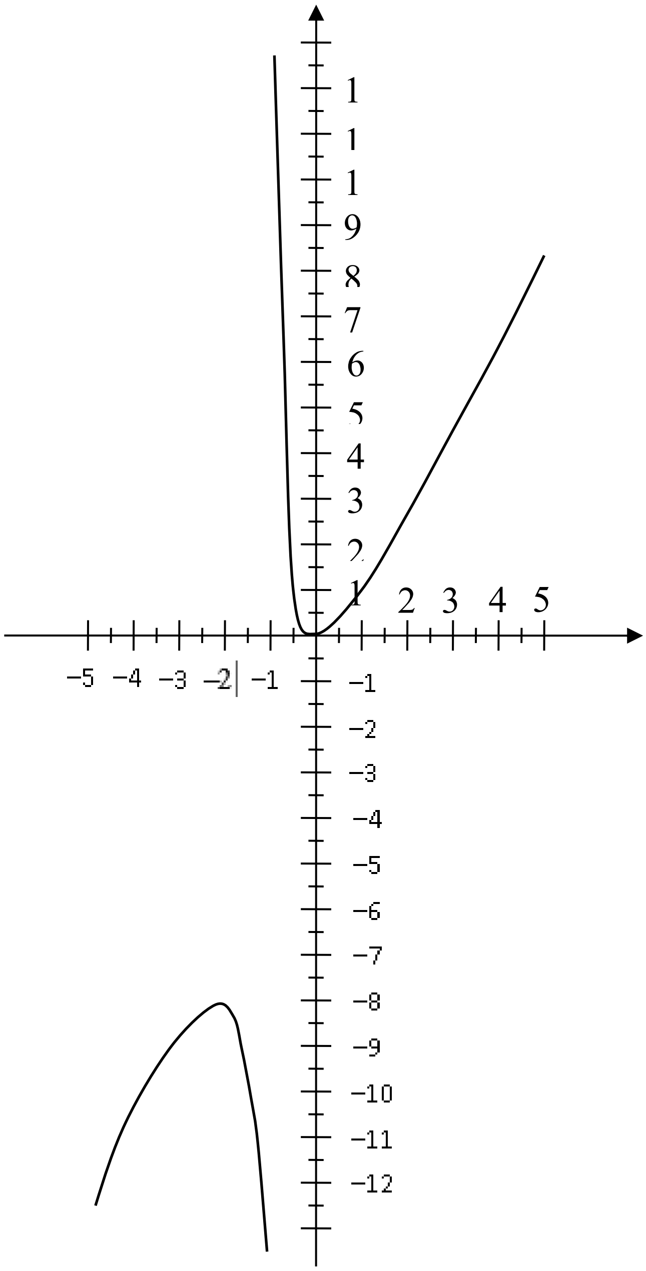


Рис. 1. График функции $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$.

Таким образом, функция $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$ возрастает на интервале]–5; –2[, убывает на интервале]–2; –1[, точка x= –2 – точка экстремума функции. X= –1 – точка разрыва функции (ERROR означает отсутствие функции в данной точке). На интервале x=]–1; 0[функция убывает, на интервале]0; 5[возрастает, x=0 – точка экстремума функции.

Этот подход позволяет графически находить корни уравнений.

72) Решите графически систему уравнений с точностью до 0,1

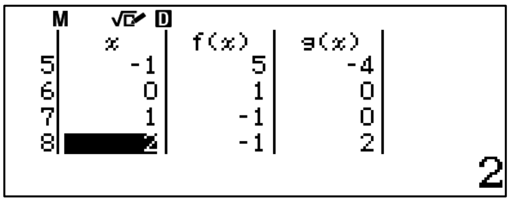
$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = x^3 - 2x^2 + x \end{cases}$$

Составим таблицу значений и построим график функций $y = x^2 - 3x + 1$ и $y = x^3 - 2x^2 + x$.

Для определения области пересечения сначала используем шаг 1.

MENU 3 ALPHA (X) x^2 − 3 ALPHA (X) + 1 = ALPHA (X) x^3 − 2 ALPHA (X) x^2 + ALPHA (X) = − 5 = =

Просматривая таблицу, легко обнаружим, что точка пересечения графиков находится в диапазоне x=]0;2[.

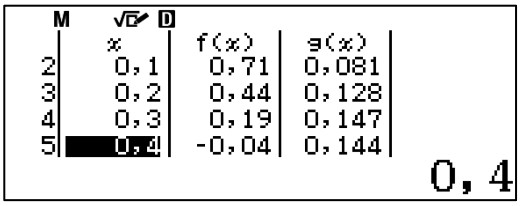


	x	f(x)	g(x)
5	-1	5	-4
6	0	1	0
7	1	-1	0
8	2	-1	2

2

Исследуем функции на этом диапазоне с шагом 0,01.

AC = = 0 = 2 = 0 · 1 = =



	x	f(x)	g(x)
2	0,1	0,71	0,081
3	0,2	0,44	0,128
4	0,3	0,19	0,147
5	0,4	-0,04	0,144

0, 4

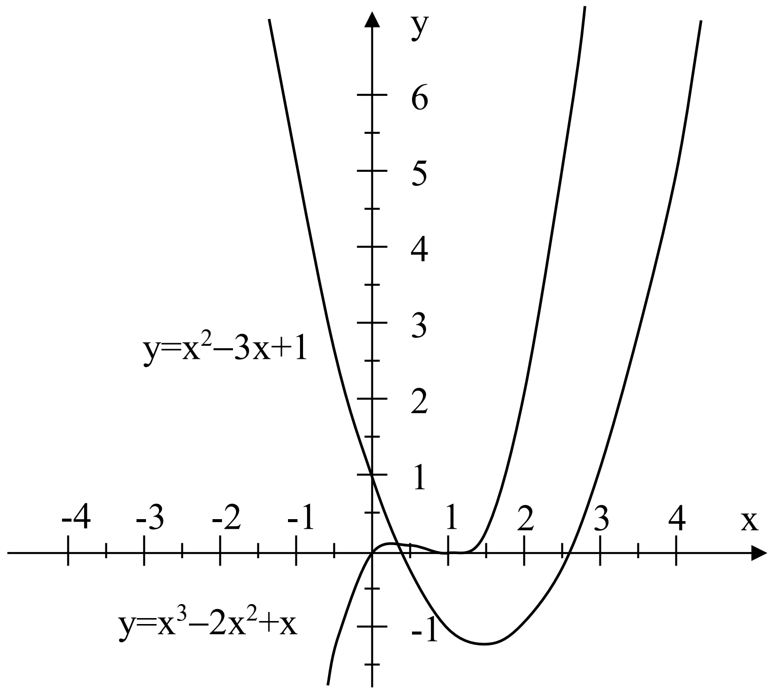


Рис. 2. Графики функций $y=x^2-3x+1$ и $y=x^3-2x^2+x$.

Ответ: 0,3.

Составьте таблицу значений функции и исследуйте ее для указанных параметров (19).

19. а) $y=2x^2+3x$ на интервале x=[–2;1];

б) $y=3x^3-2x-1$ на интервале x=[–1;1];

в) $y=2x^3-x+1$ на интервале x=[–1;1];

г) $y=x^3-2x^{2,5}+2$ на интервале x=[0;4];

д) $y=-3x^3+2x^{4,5}$ на интервале x=[0;2];

е) $y=x^5+2x^2-1$ на интервале x=[–1,2;1,2];

ж) $y=2x^5-3x^2-2$ на интервале x=[–1,2;1,2];

з) $y=2x^5+3x^2-2x-1$ на интервале x=[–1,4;1,2].

Решите графически уравнения для указанных параметров (20).

20. а) $y=x^2+2x-1$ на интервале x=[–4;1] с точностью до 0,2;

б) $y=3x^2-2x-3$ на интервале x=[–2;2] с точностью до 0,2;

в) $y=-x^2+3x+2$ на интервале x=[–2;4] с точностью до 0,25;

г) $y=-x^2-2x+2$ на интервале x=[–4;2] с точностью до 0,25;

д) $y=x^3+x^2+3x-1$ на интервале x=[–1;1] с точностью до 0,1;

е) $y=x^3-5x^2+3x+1$ на интервале x=[–1;5] с точностью до 0,25;

ж) $y=-x^3-3x^2+2$ на интервале x=[–3;1] с точностью до 0,2;

з) $y=-2x^3+4x+1$ на интервале x=[–2;2] с точностью до 0,2.

Решите графически системы уравнений для указанных параметров (21).

21. а) $\begin{cases} y = 2x+1 \\ y = -3x-1 \end{cases}$ на интервале x=[–1; 1]с точностью до 0,1;

б) $\begin{cases} y = 2x^2-2x+1 \\ y = 2x+2 \end{cases}$ на интервале x=[–2; 3]с точностью до 0,2;

в) $\begin{cases} y = -2x-1 \\ y = -3x^2+x+2-1 \end{cases}$ на интервале x=[–2; 2]с точностью до 0,2;

г) $\begin{cases} y = 2x^2+3x-1 \\ y = -x^2+2x+1 \end{cases}$ на интервале x=[–2; 2]с точностью до 0,2;

д) $\begin{cases} y = -2x^2+2x+2 \\ y = -x^2-2x+1 \end{cases}$ на интервале x=[–3; 3]с точностью до 0,25;

е) $\begin{cases} y = x^3+3x^2+x-1 \\ y = x^2-2x+1 \end{cases}$ на интервале x=[–2; 2]с точностью до 0,2;

ж) $\begin{cases} y = -5x^3+x^2+2x-1 \\ y = 2x^2-2x-1 \end{cases}$ на интервале x=[–1,5; 1]с точностью до 0,1;

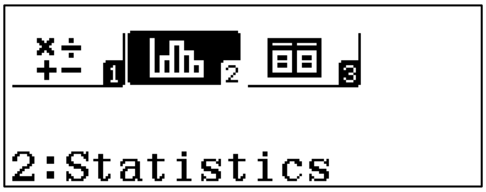
з) $\begin{cases} y = x^3+2x^2+x+1 \\ y = -x^3+2x+0.5 \end{cases}$ на интервале x=[–3; 1]с точностью до 0,1.

3.2 Статистические расчеты

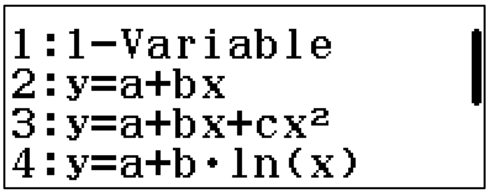
Рассматриваемые модели калькуляторов позволяют быстро и просто проводить статистические расчеты.

73) Время, которое учащиеся затратили на решение задачи на уроке физики (в мин)
10 12 11 15 14 11 12 17 18 15 14
12 17 22 13 12 17 16 19 10 16 18
Провести полный статистический анализ выполнения задания.

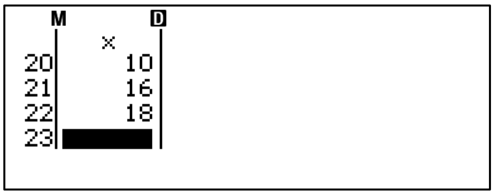
Сначала необходимо установить режим статистических расчетов. Для этого нужно нажать клавишу MENU и перейти в режим Statistics.



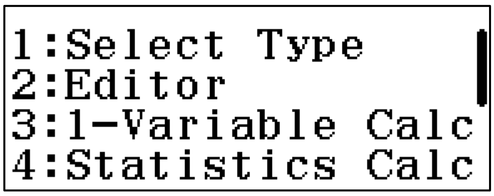
Откроется диалоговое окно выбора типа регрессии. Для статистических расчетов используется режим 1-Variable.



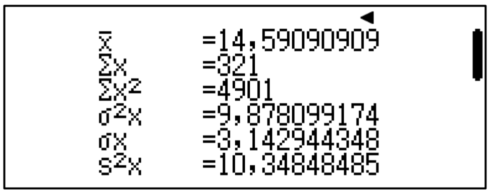
Нажатием клавиши 1 выбираем этот режим. Откроется диалоговое окно ввода данных. Введем данные в таблицу.



Затем нужно нажать клавишу OPTN. В открывшемся диалоговом окне нужно клавишей 3 выбрать режим 1-Variable Calc.



На экране появятся результаты статистического анализа.



где,

$\bar{x}$ – среднее арифметическое значение (среднее время решения задачи);

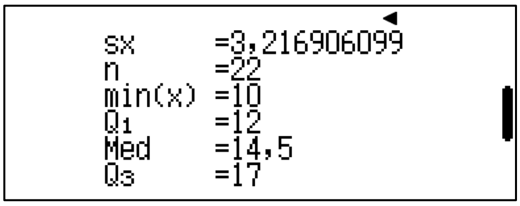
Σx – сумма всех значений (сумма всего времени, затраченного каждым учащимся);

Σx^2 – квадрат суммы всех значений;

$\sigma^2 x$ – дисперсия;

σx – среднеквадратическое отклонение.

Все результаты не поместились в одном окне. Поэтому, если нажать клавишу, то откроется второе окно результатов.



Где:

sx – сумма значений отклонений от среднего;

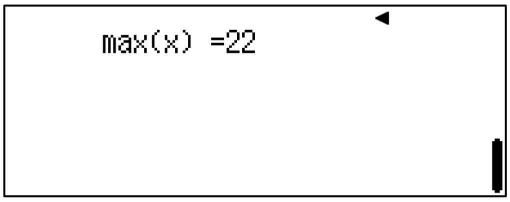
n – количество данных;

min(x) – минимальное значение;

Q_1 и Q_2 – значения данных, встречающиеся наиболее часто (в нашем случае значения 12 и 17 встречаются по 3 раза);

Med – медиана.

Если еще раз нажать клавишу, то в открывшемся окне увидим не уместившееся в предыдущих окнах максимальное значение.



В калькуляторе данные статистического анализа представлены избыточно. Обычно в статистике для анализа используют минимальное значение, максимальное значение, среднее значение, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Напомним, что в статистическом анализе существенное значение играет средняя величина исследуемых данных и разброс этих данных относительно средней величины. Чтобы судить о разбросе, принято складывать не сами отклонения, а их квадраты. Квадраты отклонений обычно неотрицательны, поэтому сумма квадратов отклонений зависит только от абсолютных величин отклонений, а не от их знаков. Чем больше отклонения чисел от среднего арифметического, тем больше будет сумма квадратов отклонений. Для того чтобы мера разброса чисел не зависела от их количества в наборе, в качестве такой меры берут среднее арифметическое квадратов отклонений. Эту величину называют дисперсией.

Квадратный корень от дисперсии принято называть среднеквадратичным отклонением.

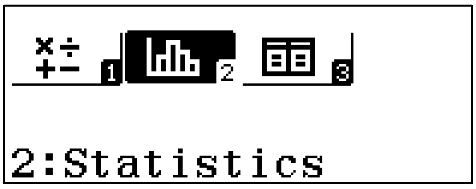
3.3 Регрессионный анализ функций

Ранее было показано, как калькуляторы позволяют рассчитать таблицу значений функции в заданном интервале и с определенным шагом. Но калькуляторы могут выполнять и обратные вычисления – определять функцию по таблице значений. В математике это получило название регрессионный анализ функции.

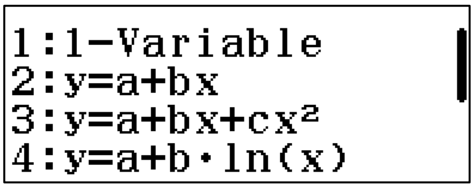
74) Определите функциональную зависимость следующих значений:

x	y
-2	2
-1	4
0	6
1	8
2	10

Для регрессионного анализа функции необходимо нажать клавишу MENU и перейти в режим Statistics.



Откроется диалоговое окно выбора типа регрессии. Это - предполагаемый вид функциональной зависимости.



где,

1:1-Variable – режим одной переменной. Он был рассмотрен ранее.

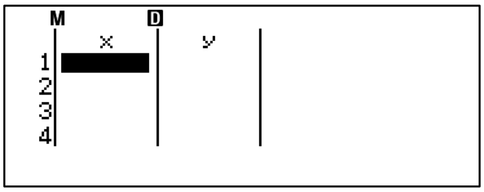
2:y=a+bx – прямая линия.

3: y=a+bx+cx^2 – квадратичная функция.

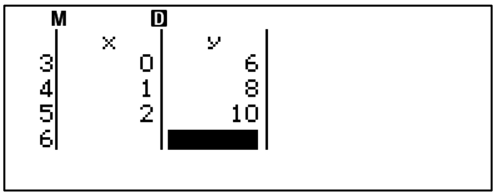
4: y=a+b•ln(x) – логарифмическая функция.

Различные виды степенных функций располагаются в следующем окне.

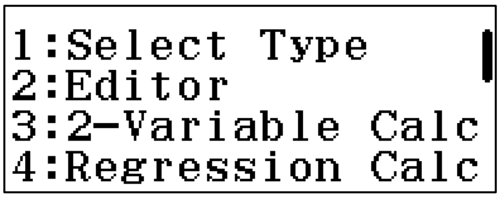
Предположим, что исследуемая закономерность имеет вид линейной функции. Нажатием 2 выберем режим линейной функции. Откроется диалоговое окно ввода таблицы значений исследуемой закономерности.



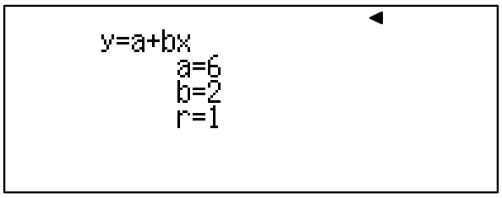
Введем значения исследуемой закономерности.



Затем нужно нажать клавишу $\boxed{\text{OPTN}}$. В открывшемся диалоговом окне нужно клавишей $\boxed{4}$ выбрать режим Regression Calc



На экране появятся результаты вычислений.



Уравнение функции будет y=2x+6.

Последний параметр r – это коэффициент корреляции. Если r=1, то зависимость между имеющимися данными и рассчитанной функцией полная, график функции проходит через все точки исследуемой закономерности. Если 0,75≤r≤1,0, то зависимость сильная, если 0,5≤r≤0,75 – значительная, если 0,25≤r≤0,5 – умеренная, если 0,0≤r≤0,25 – слабая.

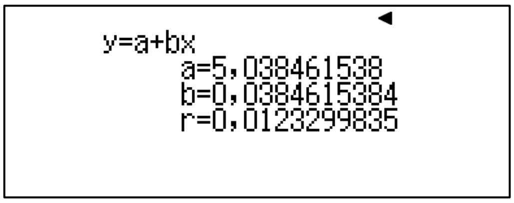
Например, если в таблице заменить в последней строчке 10 на 11, то r примет значение 0,995.

75) Определите функциональную зависимость следующих значений:

x	y
-3	15
-2,5	10
-2	6
-1,5	2,5
-1	0

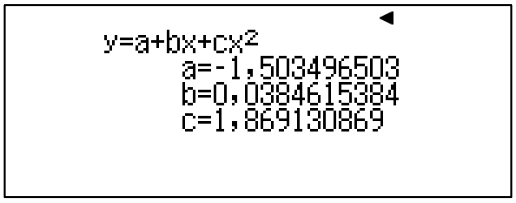
-0,5	1
0	-2
0,5	-1,5
1	0
1,5	2,5
2	6
2,5	10
3	16

Сначала предположим, что исследуемая закономерность имеет вид линейной функции. Выберем режим линейной функции. MENU 2 2. Введем данные исследуемой закономерности в окно таблицы значений. Затем выполним OPTN 4 аналогично предыдущему примеру. Получим следующий ответ.



Калькулятор определил коэффициенты a и b уравнения, но коэффициент корреляции оказался очень низкий. Это говорит о том, что исследуемая закономерность не является линейной.

Предположим, что исследуемая закономерность является квадратичной. Перейдем в окно таблицы значений AC. Затем OPTN 1 перейдем в диалоговое окно и выберем квадратичную зависимость. Затем OPTN 4 определим коэффициенты уравнения. Получим следующее уравнение регрессии.



Задача определения уравнения регрессии может быть существенно облегчена, если предварительно на бумаге построить точки исследуемой закономерности. Так, для данного примера, построив половину точек, легко убедиться, что зависимость будет квадратичная (рис.3). Далее на калькуляторе останется лишь определить коэффициенты уравнения.

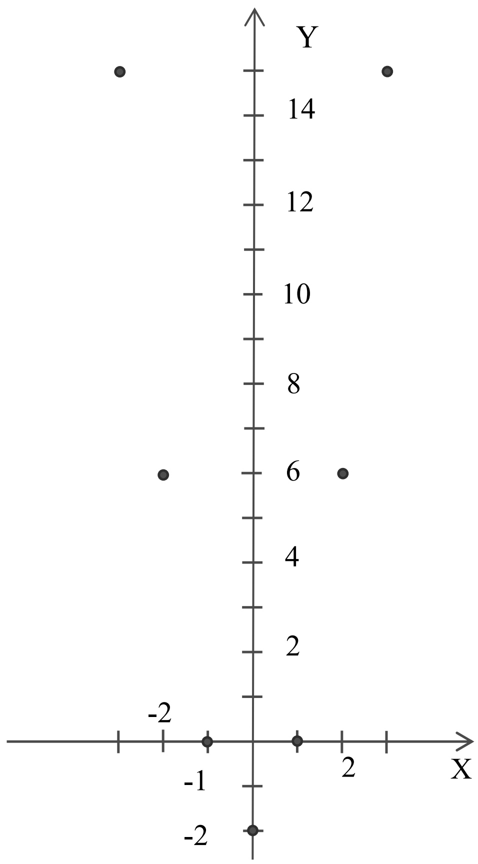


Рис.3. Расположение точек исследуемой закономерности на координатной плоскости

76) Определите функциональную зависимость следующих значений:

x	y
-2	0,005
-1,5	0,015
-1	0,05
-0,5	0,12
0	0,3
0,5	1
1	2,5
1,5	7
2	18

Построим точки исследуемой закономерности на координатной плоскости. Они будут иметь вид рис.4. Вид графика напоминает экспоненту. Поэтому уравнение регрессии будем искать в виде экспоненты.

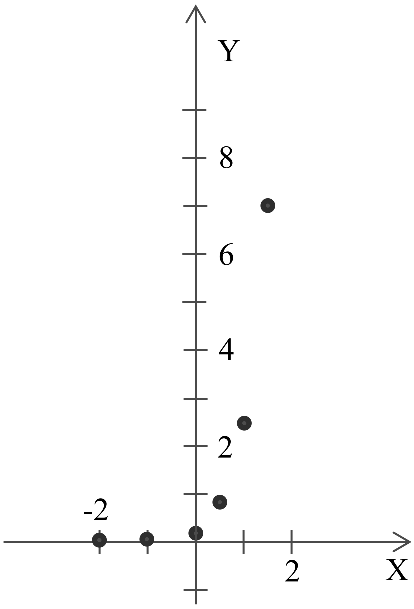
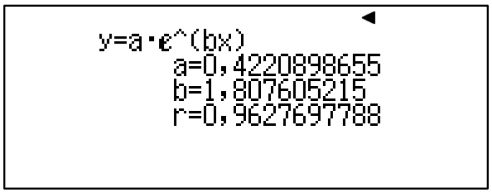


Рис.4. Расположение точек исследуемой закономерности на координатной плоскости

Выберем режим экспоненциальной функции MENU 2 ▼ 1. Введем данные исследуемой закономерности в окно таблицы значений. Затем выполним OPTN 4 аналогично предыдущему примеру. Получим следующий ответ.



Обратите внимание на то, что калькулятор стремится выдать максимально точный ответ. Мы получили коэффициенты a и b в виде десятичной дроби с большим числом знаков после запятой, но зато коэффициент корреляции практически равен 1, что говорит о высокой степени приближения полученной функциональной зависимости к данным исследуемой закономерности.

Определите функциональную зависимость следующих значений (22).

22. а)

x	y
0	-1
0,5	-0,125
1	0,5
1,5	0,375
2	1
2,5	0,875
3	0,5
3,5	0,125
4	-1

б)

x	y
0	0
0,5	0,875
1	1,5
1,5	1,875
2	2
2,5	1,875
3	1,5
3,5	0,875
4	0

в)

x	y
0,25	-1,154
0,5	-1,02
0,75	-0,72
1	-0,5
1,25	-0,33
1,5	-0,2
2	0,02
2,5	0,2
3	0,32

г)

x	y
-3	0,1875
-2,5	0,2651
-2	0,375
-1,5	0,503
-1	0,75
-0,5	1,06
0	1,5
0,5	2,122
1	3
1,5	4,24
2	6

д)

x	y
-2	-4
-1,5	-1,7
-1	-0,5
-0,5	-0,06
0	0
0,5	0,06
1	0,5
1,5	1,7
2	4

е)

x	y
-3	0
-2,5	-0,2
-2	-0,5
-1,5	-1
-1	-2
-0,5	-5
0,5	7
1	4
1,5	3
2	2,5
2,5	2,2

ГЛАВА 2. ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКЕ

1. ПОЛУЧЕНИЕ ВЫСОКИХ БАЛЛОВ НА ЕГЭ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАЛЬКУЛЯТОРА НЕВОЗМОЖНО

Контрольно-измерительные материалы ЕГЭ состоят из двух частей. В первой части содержатся относительно простые задачи, которые в основном могут быть выполнены и без калькулятора. Однако и оцениваются они достаточно низко. Во второй части КИМ содержатся задачи повышенного уровня сложности с открытым численным ответом или задачи высокого уровня сложности с развернутым ответом, которые сложно, а часто и практически невозможно выполнить без калькулятора. Но именно их выполнение обеспечивает получение высоких баллов на ЕГЭ по физике.

1.1 Задания с развернутым ответом: сравнение времени выполнения с калькулятором и без него.

1.1.1 8 класс. (СТАТГРАД, 2016)

(***Вся работа из 17 заданий рассчитана на 90 мин.***)

В качестве примеров ниже приведены задания 13, 14, 15 и 16.

Задание 13.

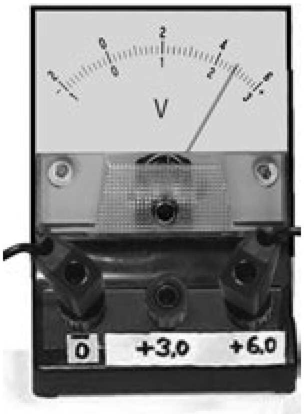
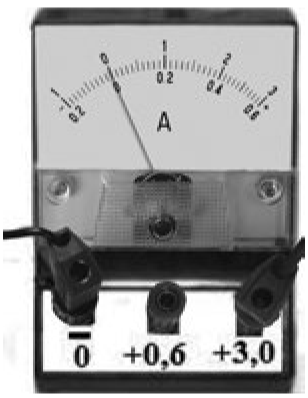
Заполните таблицу «Измерительные приборы».

Подсказка

1. *Верхний предел измерения прибора – наибольшее значение измеряемой этим прибором величины. Обычно это самый последний оцифрованный штрих на шкале прибора.*
2. *Цена деления прибора – это разность двух значений величины, измеряемой прибором, которые соответствуют двум соседним штрихам шкалы этого прибора.*
3. *Чтобы найти цену деления прибора, нужно:*
   а) найти на шкале два соседних оцифрованных штриха;
   б) прочитать значение величины около каждого штриха и найти разность этих значений;
   в) подсчитать число делений между этими оцифрованными штрихами;
   г) разделить подсчитанную в пункте б) разность значений на число делений из пункта в).
4. *Измерение величины с помощью соответствующего прибора без необходимости проводить дополнительные вычисления называется прямым.*
5. *Абсолютная погрешность прямого измерения величины принимается равной цене деления данного прибора.*

6. *Если значение искомой величины рассчитывается на основе проведённых прямых измерений других величин, то такое измерение называется косвенным.*
7. *Результат прямого измерения величины с учётом погрешности измерения записывается так: $A = A_{изм} \pm \Delta A$, где A – обозначение измеряемой величины, $A_{изм}$ – значение величины, измеренное прибором, ΔA – абсолютная погрешность измерения данным прибором. Эта запись показывает, что истинное значение измеряемой величины лежит в интервале $A_{изм} - \Delta A \le A \le A_{изм} + \Delta A$.*
8. *$A_{нг} = A_{изм} - \Delta A$ – называется нижней границей (минимальное значение) измеренной величины.*
9. *$A_{вг} = A_{изм} + \Delta A$ – называется верхней границей (максимальное значение) измеренной величины.*

Таблица 1 «Измерительные приборы»

<table>
<tr><th>Изображение прибора</th><th>Название прибора</th><th>Название измеряемой величины</th><th>Название единицы измерения</th><th>Верхний предел измерения</th><th>Цена деления шкалы прибора</th></tr>
<tr><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Задание 14.

При проведении лабораторной работы «Измерение сопротивления резистора» были измерены сила тока в резисторе и напряжение на его концах. Результаты прямых измерений представлены в таблице. Заполните пустые ячейки таблицы.

Напряжение на резисторе	(5,4 ± 0,2) В
Нижняя граница напряжения	
Верхняя граница напряжения	
Сила тока в резисторе	(0,9 ± 0,1) А
Нижняя граница силы тока	
Верхняя граница силы тока	
Формула для расчета сопротивления резистора	
Сопротивление резистора по результатам измерений	6 Ом
Нижняя граница сопротивления	
Верхняя граница сопротивления	
Сопротивление резистора с учётом погрешности	

Задание 15.

В сосуд с водой, взятой при температуре 0 °С, впустили 1 кг водяного пара при температуре 100 °С. Спустя некоторое время в сосуде установилась температура 20 °С. Какова масса воды в сосуде в конце процесса? Теплообмен с окружающей средой отсутствует. Ответ выразите в единицах СИ и округлите до десятых.

Ответ: ____________________________.

Задание 16.

С помощью электрического кипятильника можно нагреть 3 кг воды от 20 °С до кипения за 15 минут. Кипятильник включается в сеть с напряжением 220 В и имеет КПД 80%. Какова сила тока в кипятильнике?

1.1.2. Демоверсия 2018

Задание 31.

В вакууме находятся два кальциевых электрода, к которым подключен конденсатор ёмкостью 4000 пФ. При длительном освещении катода светом фототок между электродами, возникший вначале, прекращается, а на конденсаторе появляется заряд $5{,}5\cdot10^{-19}$ Кл. «Красная граница» фотоэффекта для кальция λ_0 = 450 нм. Определите частоту световой волны, освещающей катод. Ёмкостью системы электродов можно пренебречь.

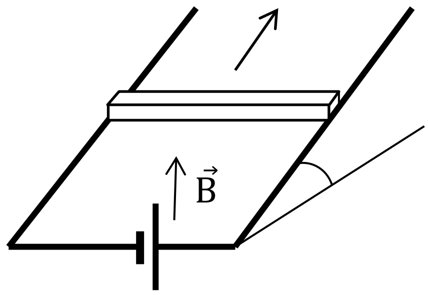
(*Решение см. в Приложении*)

1.2 Группа заданий ЕГЭ, которые не могут быть выполнены без калькулятора

Это задачи с логарифмами, тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями, в которых используются углы, отличные от 30°, 45° и 60°. Задачи с показательными функциями тоже представляют сложность при вычислении.

1.2.1 Пример задачи по механике.

На проводящих рельсах, проложенных по наклонной плоскости, в однородном вертикальном магнитном поле находится горизонтальный прямой проводник прямоугольного сечения массой **m = 20 г.** Плоскость наклонена к горизонту под углом **α = 30°** . Расстояние между рельсами **40 см.** Когда рельсы подключены к источнику тока, по проводнику протекает постоянный ток **11 А** . При этом проводник поступательно движется вверх по рельсам равномерно и прямолинейно. Коэффициент трения между проводником и рельсами **0,2**. Вычислить модуль индукции магнитного поля. При каких углах наклона рельсов равномерное движение стержня невозможно?



(Решение см. в Приложении)

1.2.2 Пример задачи по квантовой физике

Пациенту ввели внутривенно **2 см³** раствора, содержащего радиоактивный изотоп ^{24}***Na***. Активность 1 см³ этого раствора в тот момент была ***A*₁= 2000 распадов в секунду**. Период полураспада изотопа натрия ^{24}***Na*** равен **15 часам**. Через сколько времени активность 1 см³ крови пациента станет во 10 000 раз меньше изначальной активности раствора, если объем крови пациента **6 л** ? Переходом ядер изотопа ^{24}***Na*** из крови в другие ткани организма пренебречь.

Решение

Уменьшение активности происходит по двум причинам: 1) происходит радиоактивный распад ядер ^{24}***Na***, поэтому их количество в крови уменьшается 2) происходит разбавление раствора кровью.

Первый фактор приводит к уменьшению активности по закону радиоактивного распада:

$$A = A_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

А за счет разбавления активность снижается в $\frac{V_2}{V_1}$ раз, где V_2 – объем крови пациента, V_1 – объем введенной дозы.

В итоге конечная активность 1 см^3 крови соотносится с начальной активностью 1 см^3 вводимого раствора следующим образом:

$$A_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot A_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Теперь нужно выразить отсюда время ***t***:

$$\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

Прологарифмируем обе части по основанию 2.

<u>Примечание:</u> **как вычислять логарифм по любому основанию на калькуляторе?**

$\log_a b$ вводится в виде ***log (a,b)*** *. Для этого сначала нажимается клавиша «* ***log*** *» . На дисплее появляется* ***log (*** *Теперь надо ввести основание, т.е. нажать клавишу «**2**». Теперь надо ввести «* ***,*** *» . Она находится в регистре* ***shift*** *под клавишей «* ***)*** *» . Поэтому нажимаем «* ***shift*** *» и «* ***)*** *». Далее набираем логарифмируемое выражение и « = ».*

(*Продолжение решения см. в Приложении)*

1.3 Из практического опыта преподавания Мартыновой Т.Н. - учителя физики МОУ "Средняя школа № 89" города Ярославля.

В настоящее время возникла необходимость специальной подготовки к ЕГЭ. Часто учителя, репетиторы, родители, помогающие детям, пытаются решить как можно больше вариантов заданий предыдущих лет. Опыт показывает, что такой путь бесперспективен. На наш взгляд, центральным моментом технологии подготовки школьников к ЕГЭ является обучение приемам поиска способа решения. Разумнее выстраивать такую подготовку, при которой соблюдается принцип развития «по спирали» – от простых типовых заданий до заданий части С. На этапе подготовки тематические подборки задач должны быть выстроены в виде логически взаимосвязанной системы, где из одного вытекает другое: правильное решение одного задания готовит к решению следующего.

Для этого, на наш взгляд, нужно использовать комплекс задач. В методической литературе прошлых лет такие комплексы задач называли «урок решения одной задачи», «методика решения задач повышенной сложности» и т. п. При таком подходе использование научного калькулятора оказывается просто необходимым, так как его применение позволяет решить намного больше задач, повысить интерес учащихся, сэкономить время, избежать арифметических ошибок. Далее представлена соответствующая подборка задач.

Задачи по теме "Суперпозиция электрических полей."

В результате решения получаются достаточно сложные математические выражения. Применяя научный калькулятор серии Classwiz, мы можем получить значительный выигрыш во времени, так как научный калькулятор CASIO позволяет набирать числовые значения именно в таком виде, в каком они записаны в расчетной формуле, избегая лишних ошибок.

1. Между двумя точечными зарядами $4\cdot10^{-9}$ Кл и $5\cdot10^{-9}$ Кл расстояние равно 0,6 м. Найти напряженность в средней точке между зарядами.

Решение.

$$E = k\frac{4}{r^2}(q_1 - q_2).$$

Ответ: E = 100 Н/Кл.

2. В двух вершинах A и C квадрата со стороной 3 м расположены разноименные заряды q_1 и q_2, модули которых одинаковы и равны $2\cdot10^{-6}$ Кл. Найти напряженность поля в двух других вершинах квадрата.

Решение.

$$E_\text{B} = E_\text{A}\cdot\sqrt{2} = k\frac{|q|}{a^2}\sqrt{2}.\quad |E_\text{B}| = |E_\text{D}|.$$

Ответ: $E_\text{B} = E_\text{D} = 3\cdot10^3$ Н/Кл.

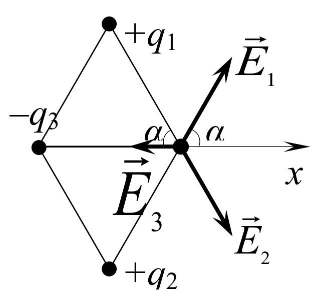
3. В трех вершинах квадрата со стороной 0,4 м находятся одинаковые положительные заряды по $5\cdot10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряженность поля в четвертой вершине.

Решение.

$$E_4 = E_{13} + E_2 = k\frac{q}{a^2}\sqrt{2} + k\frac{q}{2a^2}.$$

Ответ: E_4 = 534 Н/Кл.

4. В вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной 0,25 м, помещены заряды по 5 нКл. В вершине при одном из тупых углов ромба помещен заряд –2,5 нКл. Определить напряженность электрического поля в четвертой вершине ромба.

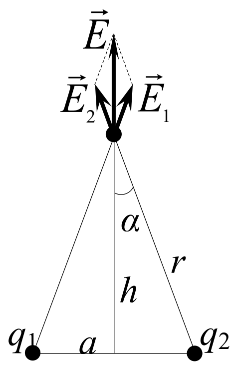


Решение.

$$E = k\frac{2|q_1|\cos\alpha - |q_3|}{l^2}.$$

Ответ: E = 360 В/м.

5. Два одноименных заряда величиной по 10^{-7} Кл расположены на расстоянии 12 см друг от друга. Какова напряженность поля в точке, расположенной на перпендикуляре, восстановленном из середины прямой, соединяющей заряды, и удаленной от этой прямой на 16 см?



Решение.

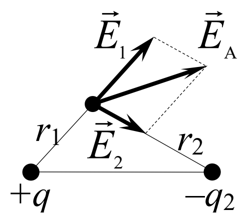
$$E = 2k\frac{q}{r^2}\cdot\frac{h}{r} = 2k\frac{q\cdot h}{r^3} = 2k\frac{q\cdot h}{\left(\sqrt{h^2+\frac{a^2}{4}}\right)^3}.$$

Ответ: $E = 6\cdot10^4$ Н/Кл.

6. Два точечных заряда в $5\cdot10^{-9}$ Кл и $-2{,}7\cdot10^{-9}$ Кл расположены на расстоянии 40 см друг от друга. Найти напряженность в точке А, находящейся на расстоянии 20 см от первого заряда и 30 см от второго заряда.

Решение.

$$E_A = k\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4}+\frac{q_2^2}{r_2^4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r_1^2\cdot r_2^2}}.$$



Ответ: $E_A = 1220$ Н/Кл.

Задачи по теме "Закон сохранения импульса и энергии."

В этой теме также выдержана предложенная выше структура – от простого к сложному, и получаемое в решении выражение намного удобнее и быстрее вычислять с применением научного калькулятора, вводя выражение в том порядке, в котором оно записано в формуле.

1. Человек массой 60 кг бежит со скоростью 7,2 км/ч, догоняет тележку массой 80 кг, движущуюся со скоростью 1,8 км/ч, и вскакивает на нее. Найти: 1) с какой скоростью будет двигаться тележка; 2) с какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежит ей навстречу.

Решение.

$$\upsilon = \frac{m_2\cdot\upsilon_2 \pm m_1\cdot\upsilon_1}{m_1+m_2}.$$

Ответ: 1) $\upsilon = 4{,}1$ м/с, 2) $\upsilon = -2{,}1$ м/с.

2. Два тела массой по 0,4 кг, двигаясь со скоростью 4 м/с и 3 м/с перпендикулярно друг другу, сталкиваются. С какой скоростью они будут двигаться после абсолютно неупругого соударения? Какова кинетическая энергия тела после столкновения?

Решение.

$$\upsilon = \frac{\sqrt{(m_1 \cdot \upsilon_1)^2 + (m_2 \cdot \upsilon_2)^2}}{m_1 + m_2}.$$

$$E_к = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{2} = \frac{(m_1 \cdot \upsilon_1)^2 + (m_2 \cdot \upsilon_2)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)}.$$

Ответ: $\upsilon = 2{,}5$ м/с, $E_к = 2{,}5$ Дж.

3. Два тела по $\frac{1}{18}$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями 4 м/с и 8 м/с соответственно. Какое количество теплоты выделится в результате абсолютно неупругого удара тел?

Решение.

$Q = E_{нач.} - E_{кон.}$.

$$E_{нач.} = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot \upsilon_2^2}{2}. \quad E_{кон.} = \frac{m_1 \cdot \upsilon^2}{2} + \frac{m_2 \cdot \upsilon^2}{2}.$$

$\upsilon = \dfrac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2}$. Так как $m_1 = m_2 = m$, то $\upsilon = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2}$.

Ответ: $Q = 2$ Дж.

4. Пуля пробивает ящик, стоящий на гладкой горизонтальной плоскости. Масса пули – m, ящика – M. Пуля подлетает со скоростью υ, а вылетает со скоростью $\frac{\upsilon}{2}$. Сколько тепла выделилось при движении пули в ящике? Скорость пули до и после удара горизонтальна. Масса пули m = 10 г, скорость пули $\upsilon = 500$ м/с, масса ящика $M = 1$ кг.

Решение.

$$Q = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} - \left(\frac{m \cdot \upsilon^2}{4} + \frac{M \cdot \left(\frac{m \cdot \upsilon}{M \cdot 2} \right)^2}{2} \right) = \frac{m \cdot \upsilon^2}{8}\left(2 - \frac{m}{M}\right).$$

Ответ: $Q = 625$ Дж.

5. Брусок массой $m_1 = 500$ г соскальзывает по наклонной поверхности с высоты $h = 0{,}8$ м и, двигаясь по горизонтальной поверхности, сталкивается с неподвижным бруском массой $m_2 = 300$ г. Считая столкновение абсолютно неупругим, определите изменение кинетической энергии первого бруска в результате столкновения.

Трением при движении пренебречь. Считать, что наклонная плоскость плавно переходит в горизонтальную.

Решение.

$$\Delta E_1 = -\frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot (2m_1 + m_2) \cdot g \cdot h.$$

Ответ: $\Delta E = -2{,}44$ Дж.

6. Тележка массой 0,8 кг движется по горизонтальной поверхности со скоростью 2,5 м/с. На тележку с высоты 50 см вертикально падает кусок пластилина массой 0,2 кг и прилипает к ней. Рассчитайте энергию, которая перешла во внутреннюю энергию при этом ударе.

Решение.

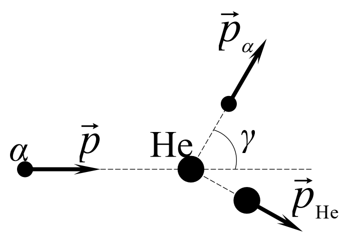
$$Q = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0^2}{2} + m_2 \cdot g \cdot h - \frac{m_1^2 \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)}.$$

Ответ: $Q = 1{,}5$ Дж.

7. При бомбардировке гелия α-частицами с кинетической энергией 0,8 МэВ найдено, что налетающая частица отклонилась на угол $\gamma = 60^\circ$ по отношению к первоначальному направлению полета. Считая удар упругим, определить энергию ядра гелия и α-частицы после взаимодействия.

Решение.

Закон сохранения импульса:



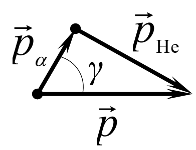
$$\vec{p} = \vec{p}_\alpha + \vec{p}_{\text{He}} \text{ или } p_{He}^2 = p_\alpha^2 + p^2 - 2 \cdot p_\alpha \cdot p \cdot \cos\gamma.$$

Закон сохранения энергии:

$$W = W_\alpha + W_{He}.$$

$p^2 = 2 \cdot m \cdot W$, следовательно

$$W_{\text{He}} = W_\alpha + W - 2 \cdot \sqrt{W_\alpha \cdot W} \cdot \cos\gamma,$$



где W_{He} – энергия ядра гелия после взаимодействия,

W_α – энергия α-частицы после взаимодействия,

W_α – энергия α-частицы до взаимодействия.

Решив эту систему уравнений, получим ответ.

Ответ: $W_\alpha = 0{,}2$ МэВ, $W_{\text{He}} = 0{,}6$ МэВ.

Задачи на уравнение Эйнштейна.

Большинство вариантов части С ЕГЭ содержат задачи на уравнение Эйнштейна. Конечные выражения в таких задачах громоздкие, и эффект от использования научного калькулятора здесь очевиден.

1. Вычислить энергию фотона, если в среде с показателем преломления 1,4 его длина волны 589 нм.

Решение.

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot n}.$$

Ответ: $E = 2{,}4 \cdot 10^{-19}$ Дж.

2. Работа выхода электронов из кадмия равна 4,08 эВ. Определить длину света, падающего на кадмий, если максимальная скорость равна $7{,}2 \cdot 10^{5}$ м/с.

Решение.

$$\lambda = \frac{2 \cdot h \cdot c}{2 \cdot A_{\text{вых.}} + m \cdot \upsilon_{\max}^{2}}.$$

Ответ: $\lambda = 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.

3. Максимальная длина волны света, при которой наблюдается фотоэффект на калии, равна 450 нм. Какой будет максимальная скорость фотоэлектронов, выбиваемых из калия светом с длиной волны, равной 300 нм?

Решение.

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2h \cdot c \cdot (\lambda_{\text{кр.}} - \lambda)}{m \cdot \lambda_{\text{кр.}} \cdot \lambda}}.$$

Ответ: $\upsilon_{\max} = 7 \cdot 10^{5}$ м/с.

4. Определить импульс фотонов, вырывающих с поверхности металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов 3 В, если красная граница фотоэффекта равна $6 \cdot 10^{14}$ Гц.

Решение.

$$p = \frac{1}{c} \cdot (h \cdot \nu_{\text{кр.}} + e \cdot U_{\text{зад.}}).$$

Ответ: $p = 29{,}2 \cdot 10^{-28}$ кг·м/с.

5. В вакууме находятся две покрытые кальцием пластины, к которым подключен конденсатор емкостью C = 8000 пФ. При длительном освещении одной из пластинок светом фототок, возникающий вначале, прекращается, а на конденсаторе появляется заряд $q = 11 \cdot 10^{-9}$ Кл. Работа выхода электронов из кальция $A = 4{,}42 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите длину волны света, освещающего пластину.

Решение.

Заряд конденсатора увеличивается до тех пор, пока напряжение на нем станет равным задерживающему напряжению.

$$\lambda = \frac{h \cdot c \cdot C}{A_{\text{вых.}} \cdot C + |e| \cdot q} \cdot$$

Ответ: $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м.

6. Металлический шар из цинка радиусом 10 см облучают ультрафиолетовым светом с длиной волны $3 \cdot 10^{-7}$ м. Установить заряд шара, если работа выхода электронов с поверхности цинка равна $5{,}38 \cdot 10^{-9}$ Дж.

Решение.

Заряд шара увеличивается до тех пор, пока потенциал шара $\varphi = k \cdot \frac{q}{R}$ станет равным задерживающему напряжению.

$$q = \frac{R}{k \cdot |e|} \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda} - A_{\text{вых.}} \right).$$

Ответ: $q = 8{,}68 \cdot 10^{-12}$ Кл.

7. Фотокатод, покрытый кальцием (A = $4{,}42 \cdot 10^{-19}$ Дж – работа выхода), освещается светом с длиной волны 300 нм. Вылетевшие из катода электроны попадают в однородное магнитное поле с индукцией B = $8{,}3 \cdot 10^{-4}$ Тл перпендикулярно линиям индукции этого поля. Чему равен максимальный радиус окружности R, по которой движутся электроны?

Решение.

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda} - A_{\text{вых.}} \right)}}{B \cdot |e|}.$$

Ответ: $R = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

1.4 Из опыта преподавания учителей физики Удельнинской гимназии Пчелкиной М.А. и Андреевой Н.В.

Научные калькуляторы в методической системе обучения физике как ключевое технологическое средство повышения эффективности результатов учебного процесса

Переоценить роль калькуляторов в процессе изучения физики невозможно. Достаточно лишь перечислить направления их влияния на учебный процесс.

1) Без использования калькуляторов невозможно провести обработку результатов измерения в экспериментальных исследованиях и оценку погрешностей измерений.

2) Без калькуляторов нельзя выполнить экспериментальные задания включённые в КИМы ОГЭ. Например, определить показатель преломления. В КИМах ЕГЭ также есть задания, которые невозможно выполнить без калькулятора. Например, провести вычисления по фотографии измерительной установки (см. рис. 5 на странице 72).

3) При решении задач только калькуляторы позволяют довести ответ до численного результата.

Ниже описана специальная технология проведения вычислений при решении задач, разработанная учителями физики Удельнинской гимназии Н.В.Андреевой и М.А.Пчелкиной. Эта технология условно называется ***«в одно касание»***.

Применение технологии «в одно касание» при выполнении расчетов на калькуляторе CASIO fx − 82EX на уроках физики

Многие виды деятельности, встречающиеся на уроках физики, требуют использование калькулятора. Например, доведение решения задачи до численного ответа, обработка результатов лабораторных работ, оценка погрешностей (в том числе случайных), исследование зависимостей физических величин и построение графиков, решение экспериментальных задач.

Благодаря своим достоинствам калькулятор Casio fx-82EX позволяет осуществлять все обозначенные выше виды деятельности. Для нас на уроках физики самыми важными из достоинств являются: естественное «как в тетради» отображение вводимых выражений, возможность их редактирования, получение уравнений, описывающих физическое явление по результатам лабораторных измерений, наличие режима табуляции любой функции с любым шагом, а также расчет случайных погрешностей. Также, очень удобно получать численный ответ «в одно касание» при решении физических задач.

Можно сказать, что существует две технологии получения численного ответа: поэтапная и "в одно касание". Расчет «в одно касание» означает, что клавиши «=» мы касаемся один раз. Разницу применения этих технологий можно проиллюстрировать на примере решения следующей задачи:

Электрон в атоме водорода переходит на вторую стационарную орбиту, испуская волны, длина которых равна 656 нм. С какой стационарной орбиты переходит этот электрон?

Поэтапно сделать расчеты можно следующим образом:

$$E_2 = -\frac{13,6\cdot 10^{-19}\,\text{Дж}}{2^2} = -5,44\cdot 10^{-19}\,\text{Дж}$$

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{656\cdot 10^{-9}} = 3,03\cdot 10^{-19}\,\text{Дж}$$

$$E_n = E_2 + h\nu = (-5,44+3,03)\cdot 10^{-19}\,\text{Дж} = -2,41\cdot 10^{-19}\,\text{Дж}$$

$$n = \sqrt{\frac{13,6\,\text{эВ}}{E_n}} = \sqrt{\frac{-13,6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{-2,41\cdot 10^{-19}}} = 3,00$$

Ответ: Электрон переходит с третьей орбиты.

А вот как выглядят расчеты, сделанные "в одно касание":

Получаем конечную формулу:

$$n = \sqrt{\frac{13,6\,\text{эВ}}{\frac{13,6\,\text{эВ}}{4} - \frac{h\nu}{\lambda}}}$$

Делаем подстановку и получаем ответ "в одно касание":

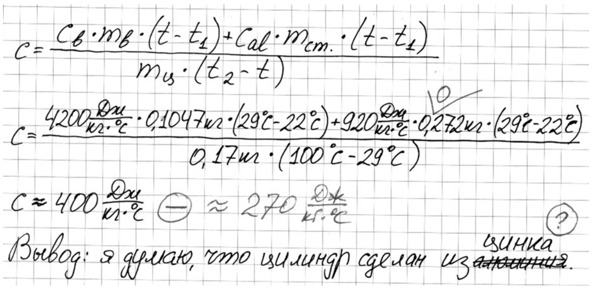
$$n = \sqrt{\frac{13,6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{\frac{13,6\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{4} - \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{656\cdot 10^{-9}}}} = 3,01$$

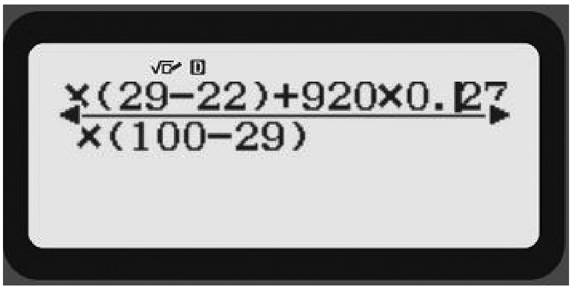
Обратите внимание, что в первом случае если на одном из этапов вычисления допущена ошибка при вводе выражения, то найти и исправить её будет невозможно. Придётся всё пересчитывать заново. Во втором случае можно проверить всю подстановку, найти ошибку и в считанные секунды исправить её.

Всем известно, что для успешной сдачи ЕГЭ недостаточно получить буквенное выражение, нужно еще получить численный ответ. От того, насколько правильно и быстро будут произведены расчеты, во многом зависит полученный балл на ЕГЭ. Поэтому мы приучаем ребят пользоваться калькулятором fx-82EX с 7-го класса, буквально с первых уроков. Но не просто знакомим с кнопками, а прививаем культуру проведения расчетов на калькуляторе. Именно благодаря тому, что использование калькулятора не эпизодическое, а систематическое (обучению выделяется особое место на каждом этапе изучения физики), ребята привыкают к тому, что производить промежуточные расчеты, как при решении задач, так и при обработке результатов эксперимента - дурной тон, и стараются делать расчеты "в одно касание". Применяя этот метод, мы убиваем трех зайцев: приучаем выводить конечную формулу, не теряем точности вычислений при округлении и экономим время.

Благодаря применению технологии "в одно касание" удобно осуществлять контроль за вычислениями, которые производят ребята: учитель проходит по рядам, ребята показывают свои калькуляторы, на дисплее которых формула с подставленными численными значениями и конечный ответ. Даже если формулу выводили коллективно у доски, подстановку должен сделать каждый самостоятельно – отсидеться не получится никому. В случае неправильного численного ответа преподаватель берет калькулятор, просматривает всю подстановку, указывает на ошибку и отдает исправлять. Возможность редактировать набранное выражение очень экономит время.

В заключение проиллюстрируем вышесказанное примером применения технологии "в одно касание" при выполнении лабораторной работы "Определение удельной теплоемкости".

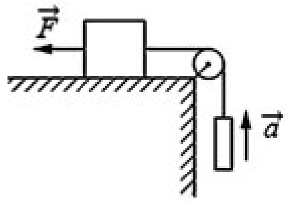




1.5 Задачи демоверсии ЕГЭ 2019 по физике

В качестве примеров ниже приведены задания 25-30.

25.



Груз массой 1 кг, находящийся на столе, связан лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через идеальный блок, с другим грузом. На первый груз действует горизонтальная постоянная сила F, равная по модулю 10 Н (см. рисунок). Второй груз движется из состояния покоя с ускорением 2 м/с^2, направленным вверх. Коэффициент трения скольжения первого груза по поверхности стола равен 0,2. Чему равна масса второго груза?

Ответ:

$$m = \frac{F - \mu M g - M a}{g + a} = \frac{10 - 0{,}2 \cdot 1 \cdot 10 - 1 \cdot 2}{12} = 0{,}5 \text{ (м/с}^2)$$

26.

Тепловая машина с максимально возможным КПД имеет в качестве нагревателя резервуар с водой, а в качестве холодильника – сосуд со льдом при 0 °С. При совершении машиной работы 1 МДж растаяло 12,1 кг льда. Определите температуру воды в резервуаре. Ответ округлите до целых.

Ответ:

$$T_1 = \frac{T_2}{1-\eta} = \frac{T_2}{1 - \frac{m_{\text{льда}} \cdot \lambda}{A}} = \frac{273}{1 - \frac{12{,}1 \cdot 3{,}3 \cdot 10^5}{10^6}} = 364 \text{ (К)}$$

27.

Лазер излучает в импульсе 10^{19} световых квантов. Средняя мощность импульса лазера 1100 Вт при длительности вспышки $3 \cdot 10^{-3}$ с. Определите длину волны излучения лазера. Ответ выразите в микрометрах.

Ответ:

$$\lambda = \frac{N \cdot h \cdot c}{p \cdot \tau} = \frac{10^{19} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1100 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ (м)}$$

29.

В маленький шар массой M = 250 г, висящий на нити длиной l = 50 см, попадает и застревает в нём горизонтально летящая пуля массой m = 10 г. При какой минимальной скорости пули шар после этого совершит полный оборот в вертикальной плоскости? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение

Закон сохранения импульса связывает скорость пули υ_0 перед ударом со скоростью υ_1 составного тела массой $m + M$ сразу после удара:

$$m\upsilon_0 = (m + M)\upsilon_1,$$

а закон сохранения механической энергии – скорость составного тела сразу после удара с его скоростью υ_2 в верхней точке:

$$\frac{(m+M)\upsilon_1^2}{2} = \frac{(m+M)\upsilon_2^2}{2} + (m+M)g \cdot 2l$$

Условие минимальности υ_0 означает, что шар совершает полный оборот в вертикальной плоскости, но при этом натяжение нити в верхней точке (и только в ней!) обращается в нуль. Второй закон Ньютона в проекции на радиальное направление x в этот момент принимает вид:

$$(m+M)a_{ц} = (m+M)g = \frac{(m+M)\upsilon_2^2}{l}$$

Выразив отсюда $(\upsilon_2)^2$ и подставив этот результат в закон сохранения энергии, получим:

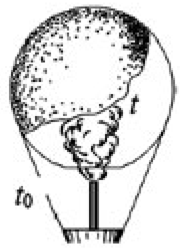
$$\upsilon_1 = \sqrt{5gl}$$

Подставив выражение для υ_1 в закон сохранения импульса, получим:

$$\upsilon_0 = (1 + \frac{M}{m}) \cdot \sqrt{5gl} = (1 + \frac{0,25}{0,01}) \cdot \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 130 \text{ м/с}$$

Ответ: $\upsilon_0 = 130$ м/с

30.



Воздушный шар, оболочка которого имеет массу $M = 145$ кг и объём $V = 230$ м^3, наполняется при нормальном атмосферном давлении горячим воздухом, нагретым до температуры $t = 265$ °С. Определите максимальную температуру t_0 окружающего воздуха, при которой шар начнёт подниматься. Оболочка шара нерастяжима и имеет в нижней части небольшое отверстие.

Возможное решение

Условие, соответствующее подъёму шара: $F_{Арх} \geq Mg + mg$, где M – масса оболочки, m – масса воздуха внутри оболочки, или

$$\rho_0 g V \geq Mg + \rho g V \rightarrow \rho_0 V \geq M + \rho V,$$

где ρ_0 – плотность окружающего воздуха, ρ – плотность воздуха внутри оболочки, V – объём шара.

Для воздуха внутри шара $\frac{pV}{T} = \frac{m}{\mu} R$ или $\frac{m}{V} = \frac{p \cdot \mu}{R \cdot T} = \rho$, где ρ – атмосферное давление, T – температура воздуха внутри шара. Соответственно, плотность воздуха снаружи $\rho_0 = \frac{\mu p}{RT_0}$, где T_0 – температура окружающего воздуха.

$$\frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T_0} \geq M + \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T} \rightarrow \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T} = \frac{p \cdot \mu \cdot V}{R \cdot T_{0max}} - M \rightarrow \frac{1}{T_{0max}} = \frac{1}{T} + \frac{M \cdot R}{p \cdot \mu \cdot V}$$

$$T_{0\max} = \frac{\mu p V T}{\mu V p + MRT} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 230 \cdot 538}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 230 \cdot 10^5 + 145 \cdot 8,31 \cdot 538} \approx 273 \text{ К} = 0 \text{ °С}$$

Ответ: $T_{0\max} \approx 273$ К = 0 °С

2. НОВЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ ЕГЭ (2018-2019): ЗАДАЧИ НА ИЗМЕРЕНИЯ ПО ФОТОГРАФИЯМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

2.1 Задачи из части 1

Определить вес молотка с учетом погрешности (рис. 5).

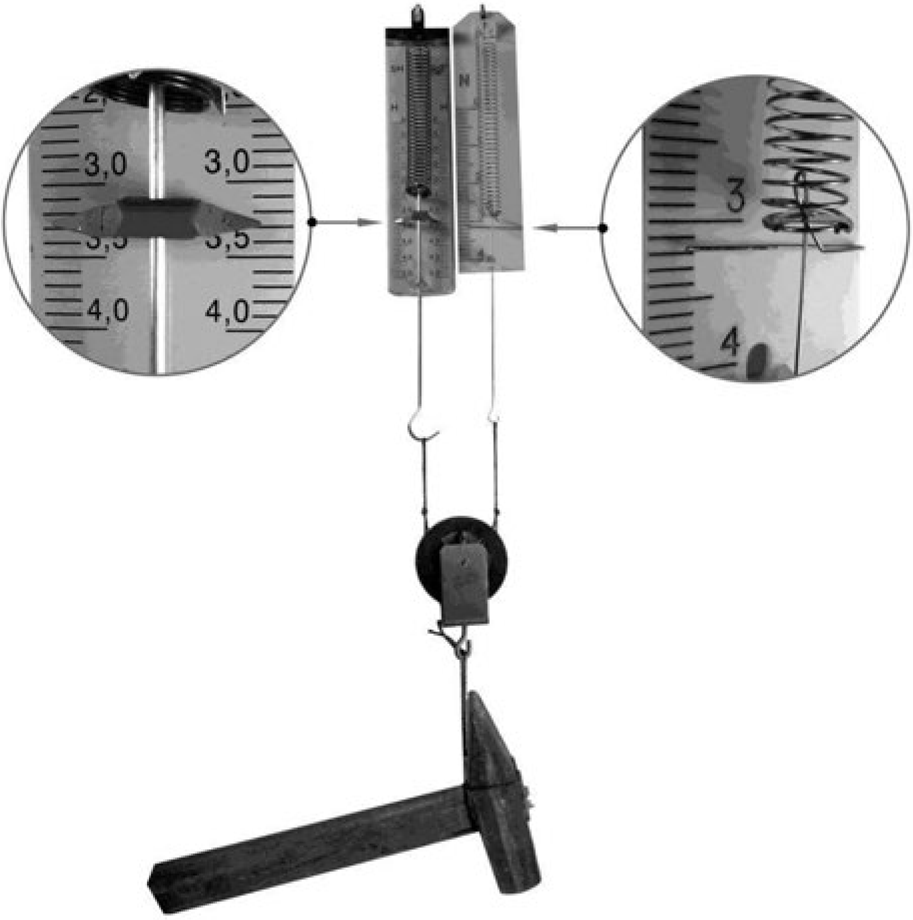


Рис. 5

2.2 Задачи из части 2

2.2.1 Задача с наклонной плоскостью и секундомером.

Определение ускорения на основе измерения времени движения между двумя датчиками.

Пусть датчики установлены вдали от места пуска на расстоянии l друг от друга (рис. 6а,б) Такая измерительная установка позволяет определить ускорение на основе измерения расстояний l_1 и l_2 и промежутка времени t_0.

Выведем формулу, по которой можно рассчитать ускорение:

$$a = 2\,\frac{(\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1})^2}{(t_2-t_1)^2}\ .$$

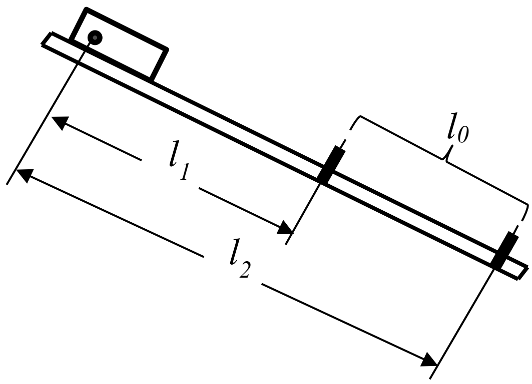


Рис. 6а

Рис. 6б

2.2.2 Кронштейн

Определите силу натяжения нити (рис. 7).

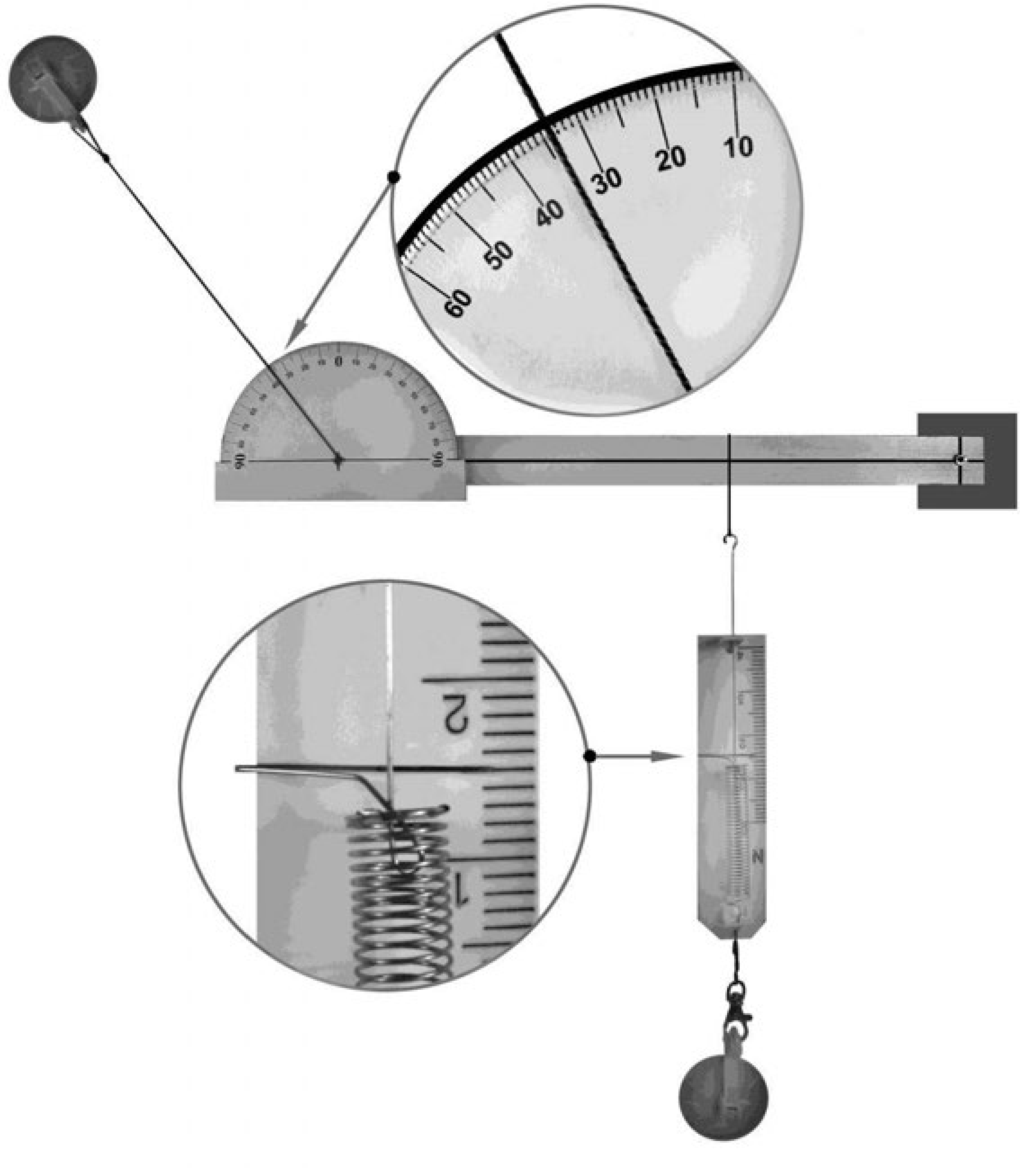


Рис. 7

2.2.3 Рычаг.

Определите вес пластины (рис. 8).

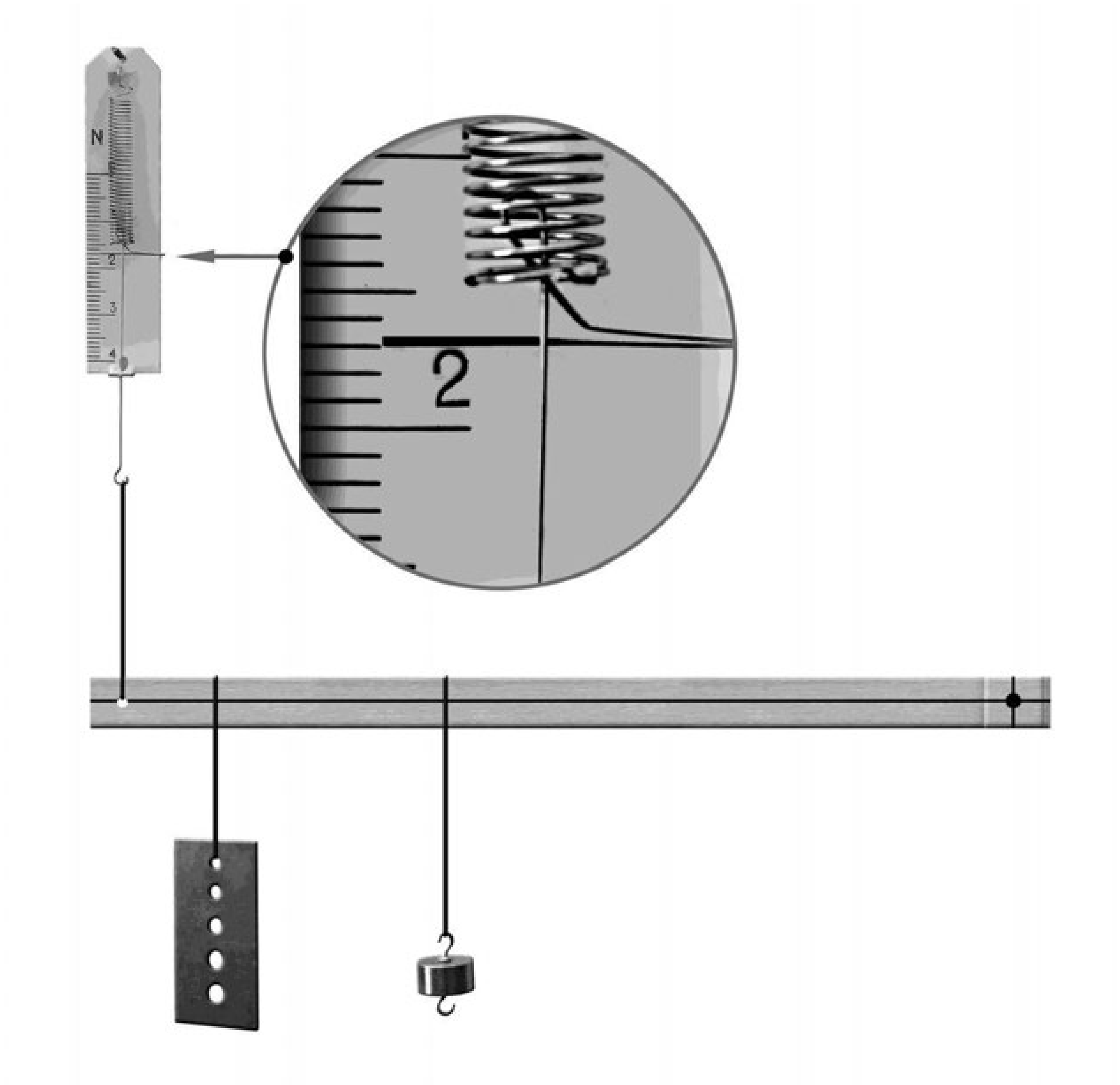


Рис. 8

2.2.4. Оптика.

Приведем результаты одного из исследований зависимости угла преломления от угла падения.

α, град	sin α	γ, град	sin γ	n
0	0	0	0	—
10	0,17	7,5	0,13	1,31
20	0,34	14	0,24	1,42
30	0,50	20	0,34	1,47
40	0,64	25,5	0,43	1,49
45	0,71	28	0,47	1,51
50	0,77	31	0,52	1,48
60	0,87	35	0,57	1,53
70	0,94	39	0,63	1,49
75	0,97	40	0,64	1,52

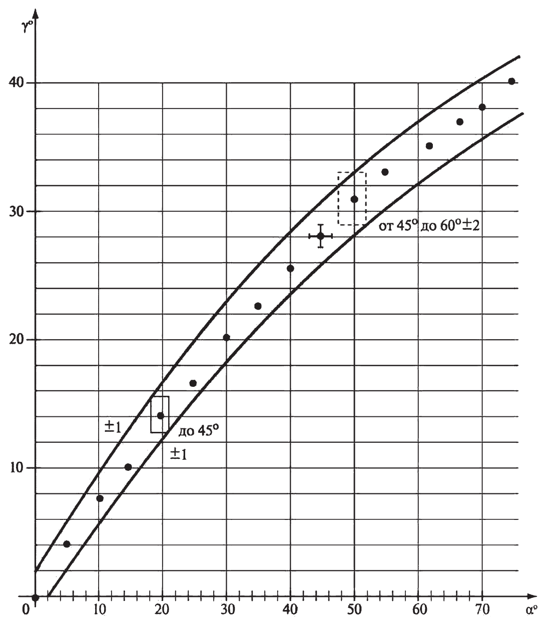


Рис. 9*а*

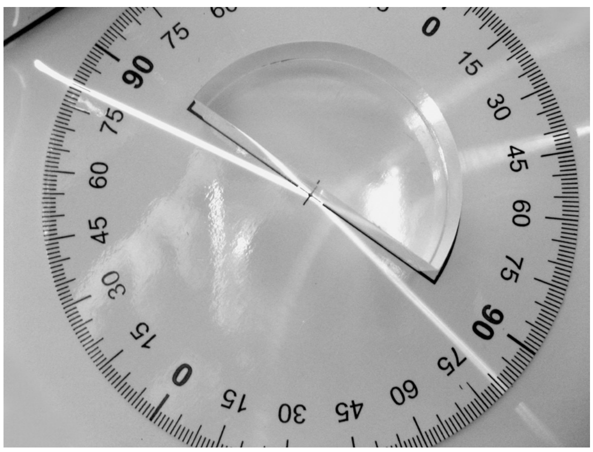


Рис. 9*б*

3. НОВЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ ЕГЭ (2018-2019).

3.1 Графики

К источнику с ЭДС *E* и внутренним сопротивлением *r* подключена внешняя цепь (рис. 10). Было проведено исследование зависимости мощности тока во внешней цепи от её сопротивления. Результаты исследования представлены в виде графика на рис. 11. Проанализируйте характер зависимости и определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

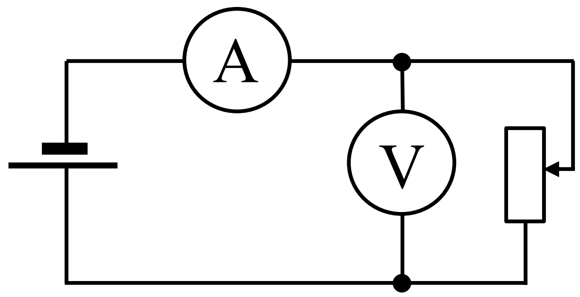


Рис. 10

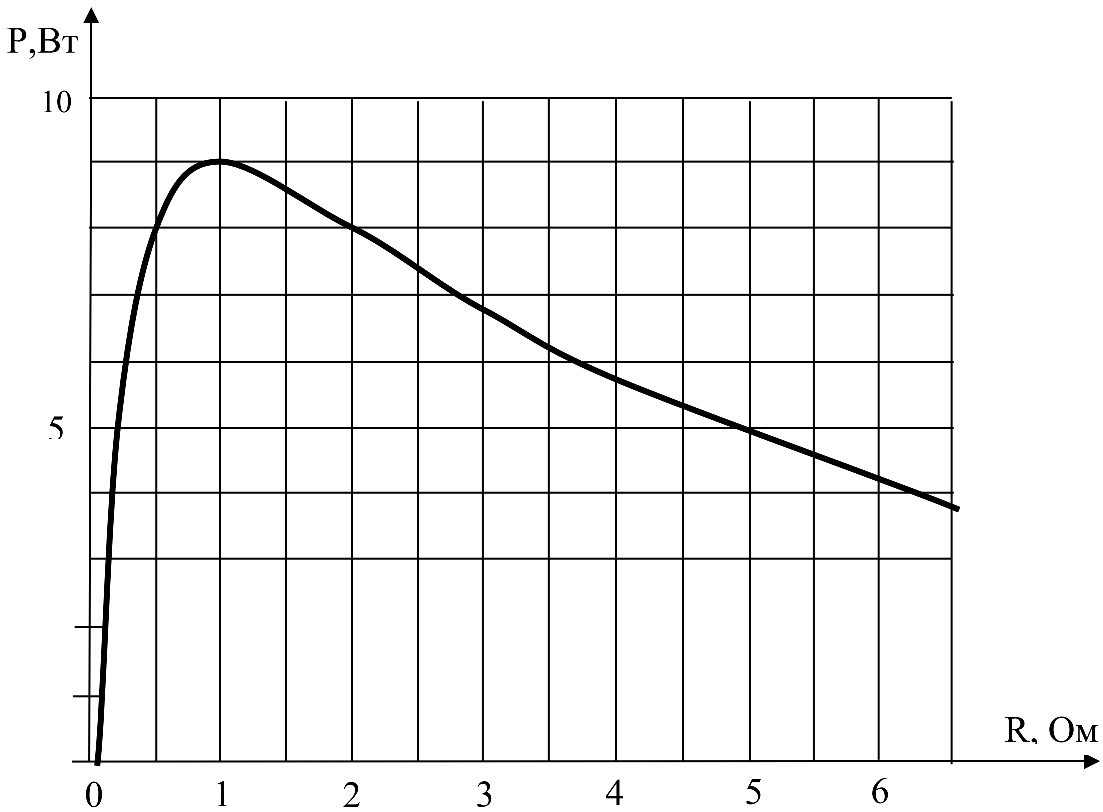


Рис. 11

(*Решение приведено в Приложении*)

3.2 Границы применения закона Ома и графические задачи на лампочки накаливания в КИМах ЕГЭ 2020-2022.

Естественно, что только в незначительной части практических применений (линейные цепи и их элементы) сила тока прямо пропорциональна напряжению. Области, где это не так, значительно шире. Рассмотрим некоторые из этих областей.

1) Пусть мы имеем электродвигатель, сопротивление ротора которого R_p. Понятно, что $I_{\text{р}} \neq \frac{U}{R_{\text{р}}}$, т.к. ротор движется в магнитном поле, в нем возникает ЭДС индукции $\varepsilon_{инд}$. Как же определить силу тока через двигатель? Можно воспользоваться законом сохранения энергии.

За 1 с внешнее поле совершает работу $U \cdot I$, в роторе выделяется количество теплоты $Q = I^2 \cdot R_p$ и совершается механическая работа двигателя $A_{мех}$. Тогда в соответствии с законом сохранения энергии можно записать: $U \cdot I = I^2 \cdot R_p + A_{мех}$. Это соотношение и позволяет определить силу тока. Закон Ома ***не*** позволяет это сделать.

В качестве второго примера рассмотрим лампу накаливания. Ниже приведены результаты исследования двух лампочек.

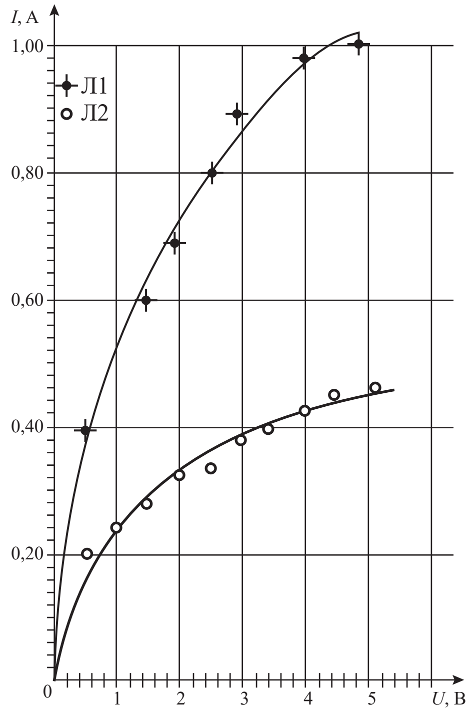
Лампочка с номинальными значениями: U_0 = 4,8 В; I_0 = 0,5 А. (Л2)

Лампочка автомобильная: U_0 = 12 В; P_0 = 21 Вт. (Л1)

Параметры лампочки: 4,8 В; 0,5 А (Л2)										
I, А	0,2	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,4	0,42	0,45	0,46
U, В	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
P, Вт										
U^3/P^2										

Параметры лампочки: 12 В; 21 Вт (Л1)								
I, А	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,05
U, В	0,2	0,5	1,5	2	2,5	3	4	5
P, Вт								
U^3/P^2								

Эти результаты показывают, что сила тока через лампочку не подчиняется закону Ома. Причину этого понять относительно просто: спираль лампы нагревается, движение ионов и электронов увеличивается, сопротивление рас-



тет, следовательно, $I = \frac{U}{R} = \frac{1}{R}U$. Сила тока перестает быть прямо пропорциональной напряжению.

Аналитическое выражение зависимости *I (U)* может быть определено двумя способами.

Первый способ. Функция *I (U)* может быть выведена теоретически. Для этого можно воспользоваться универсальным соотношением, справедливым для любой лампы накаливания: $\frac{U^3}{P^2} = \text{const}$. В справедливости этой закономерности можно убедиться, опираясь на экспериментальные данные, приведенные выше.

Действительно, если

$$\frac{U^3}{P^2} = k \to \frac{U^3}{P^2} = \frac{U^3}{U^2 I^2};\ \frac{U}{I^2} = k;\ I^2 = \frac{1}{k}U;\ I = k\sqrt{U} = kU^{\frac{1}{2}}.$$

Второй способ. Зная характер зависимости I (U), можно воспользоваться регрессионным анализом с использованием калькулятора: $y = A = ab^x$.

При подготовке к ЕГЭ следует иметь в виду, что задачи с лампочками решаются графически.

Рассмотрим примеры.

1) На рисунке 1 представлены графики зависимости силы тока от напряжения двух лампочек – Л1 и Л2. Эти лампочки включены последовательно (рис. 2).

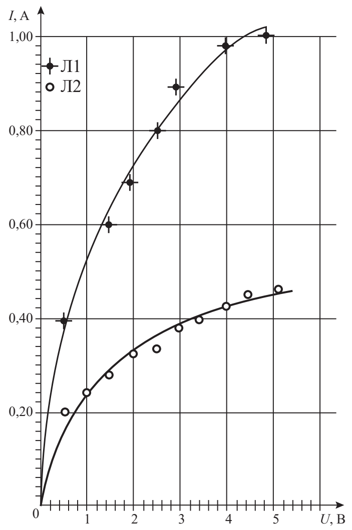


Рис. 1

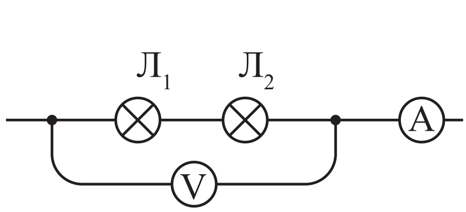
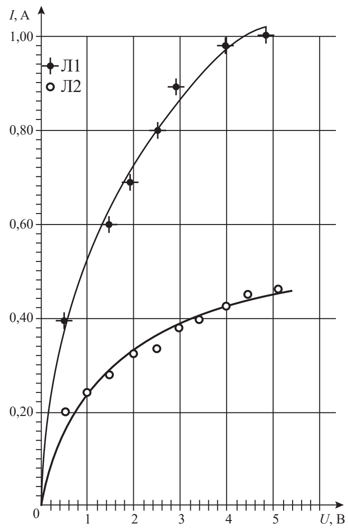


Рис. 2

Что показывает вольтметр, если амперметр показывает 0,4 А?

2) Графики зависимости силы тока от напряжения двух лампочек Л1 и Л2 представлены на рисунке 1. Эти лампочки включены по схеме (рис. 2).



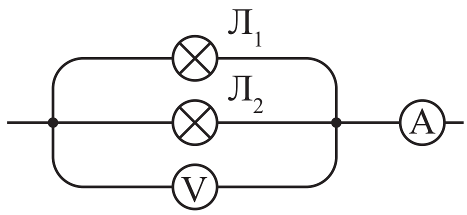
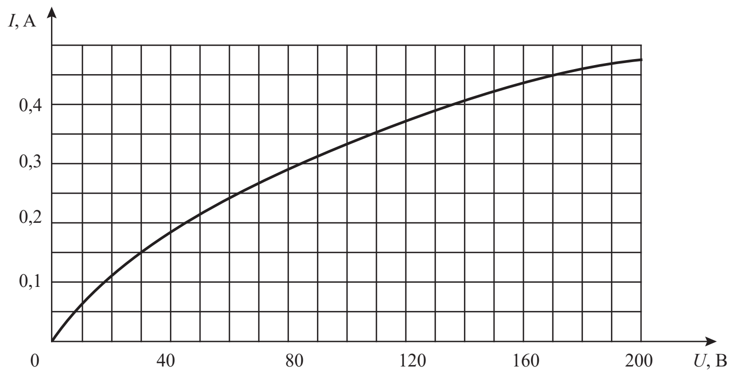


Рис. 1 Рис. 2

Вольтметр показывает 4 В. Что показывает амперметр?

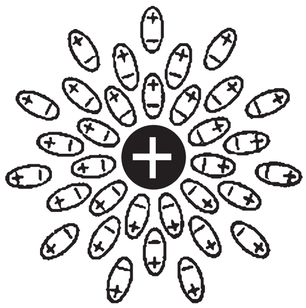
3) На рисунке изображена зависимость силы тока через лампу накаливания от приложенного к ней напряжения. Выберите два верных утверждения, которые можно сделать, анализируя этот график.



1. Сопротивление лампы уменьшается при увеличении силы тока, текущего через нее.
2. Мощность, выделяемая в лампе при напряжении 110 В, равна 50 Вт.
3. Мощность, выделяемая в лампе при напряжении 170 В, равна 76,5 Вт.
4. Сопротивление лампы при силе тока в ней 0,35А равно 200 Ом.
5. Мощность, выделяемая в лампе, увеличивается при увеличении силы тока.

В качестве **четвертого** примера сравним проводимость металлов и электролитов с целью понять, почему при совершенно разных носителях и взаимодействиях закон Ома выполняется и для металлов, и для электролитов.

Вспомним еще раз, в чем суть механизма сопротивления металлов. Она состоит в том, что сопротивление возникает при взаимодействии электронов с ионами, результатом которого является полная передача энергии, полученной электронами от электрического поля ионной решетки. Это ключевой факт для выполнения закона Ома.



Сам процесс роли не играет, именно поэтому в электролитах взаимодействие ионов совсем другое, но его результат такой же: энергия полностью передается ионам. В электролитах наночастицы гидратированные ионы (см. рис. и таблицу) находятся под действием двух сил – силы поля и силы сопротивления. Энергия поля непрерывно передается ионам электролита.

Таблица. Характеристики гидратированных ионов

Ион	Радиус иона, r_i, нм	Масса иона m_i	Гидратное число, n_s	Масса гидратированного иона, m_s	Радиус*) гидратированного иона, r_s, нм
Li^+	0.078	6.9	4.64	90.4	0.379
Na^+	0.098	23	3.34	83.1	0.339
K^+	0.133	39	1.60	75.1	0.266
Rb^+	0.164	85.4	1.30	114.3	0.248
Cs^+	0.183	132.9	0.98	155.9	0.225
NH_4^+	0.168	18	1.23	40.1	0.243
F^-	0.133	19	2.01	55.1	0.287
Cl^-	0.181	35.5	1.01	53.7	0.228
Br^-	0.196	79.9	0.75	93.4	0.212

*) - Литературные значения rs нм для ионов: Li^+ - 0.370, Na^+ - 0.330

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

4.1 Исследование движения бруска по наклонной плоскости. Пример выполнения

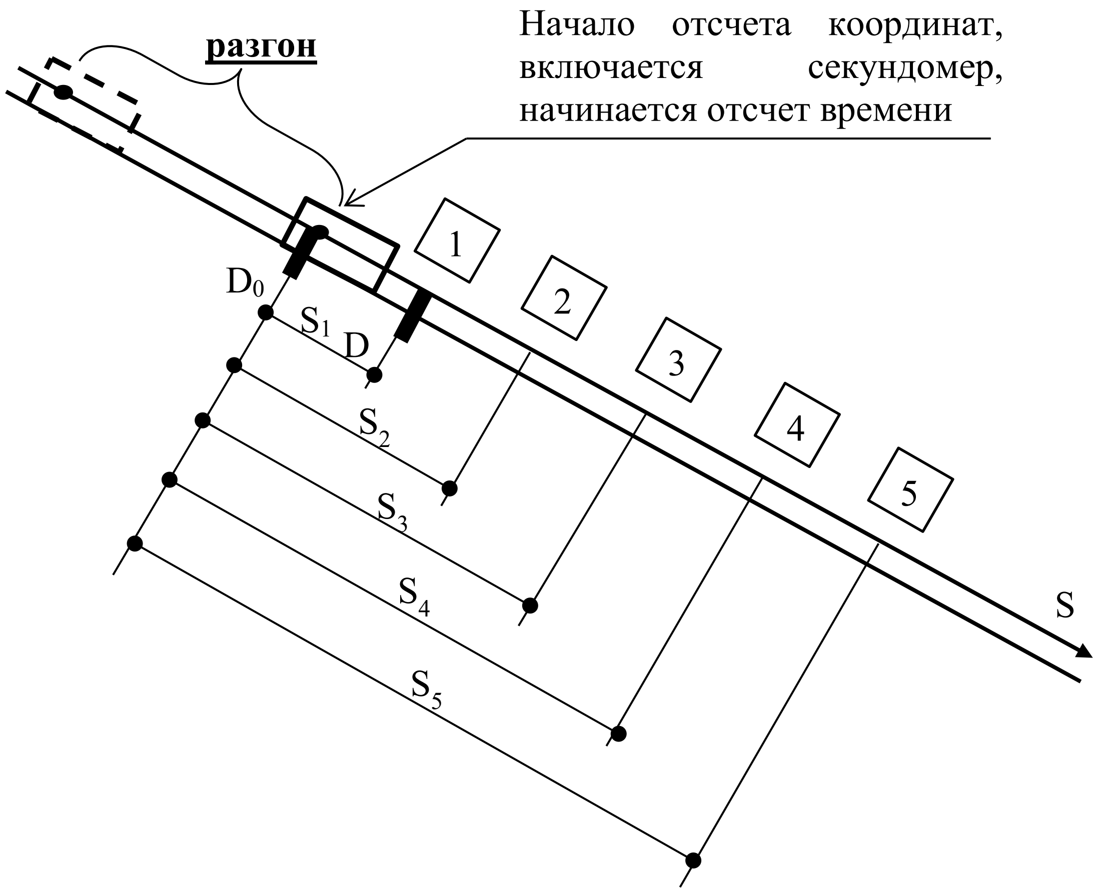


Рис. 12

Исследование равноускоренного движения $s = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2}$

Таблица 1

	0	1	2	3	4	5
X(t)	0	0,113	0,187	0,256	0,319	0,375
У(s)	0	0,10	0,20	0,3 0	0,40	0,50

Таблица 2

A = -0,002	B = 0,792	C = 1,468
$s_0 = 0$	υ_0 = 0,80 м/с	a = 2C = 3,0 м/с^2
$s(t) = 0{,}8\,t + 1{,}5\,t^2$		

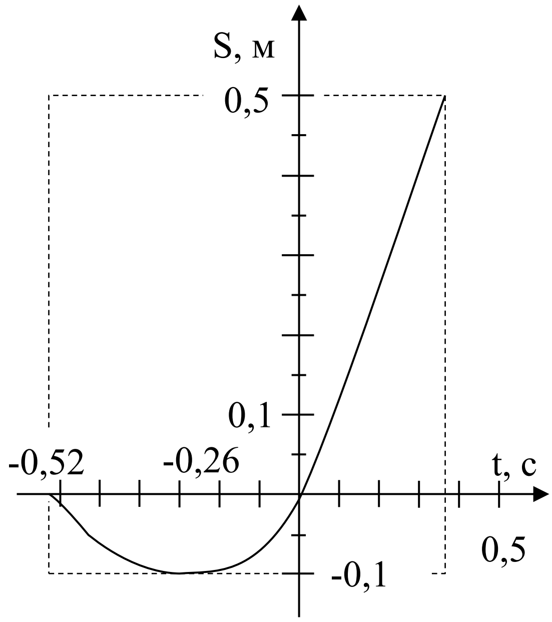


Рис.13

Самостоятельное выполнение

	0	1	2	3	4	5
X(t)						
У(s)						

Таблица 3

A =	B =	C =
$s_0 =$	$\upsilon_0 =$	$a =$
s(t) =		

4.2 Закон сохранения энергии и импульса: измерение коэффициента трения, проверка закона сохранения импульса.

1. Вывести, опираясь на закон изменения энергии, что $\mu = \frac{h}{b+L_{\text{торм}}}$ (см. рис. 14).
2. Доказать, что $\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \mu\, m\, g\, L_{\text{торм}} = E_0$.
3. Доказать, что $P_0 = \sqrt{2mE_0} = m\sqrt{2\mu g L_{\text{торм}}}$

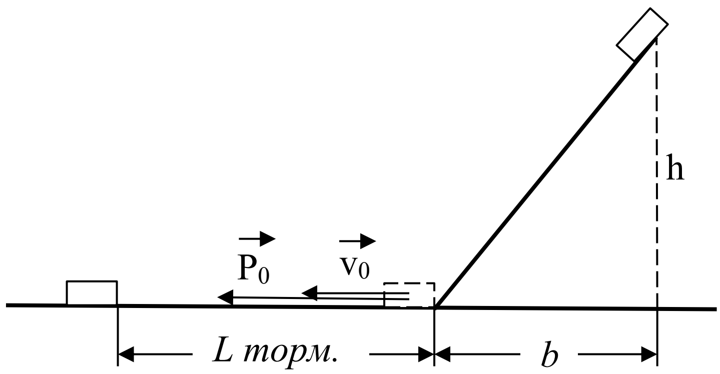


Рис. 14

4. Доказать, что $M\sqrt{L_0} = M\sqrt{L_1} + m\sqrt{L_2}$ (см. рис. 15).

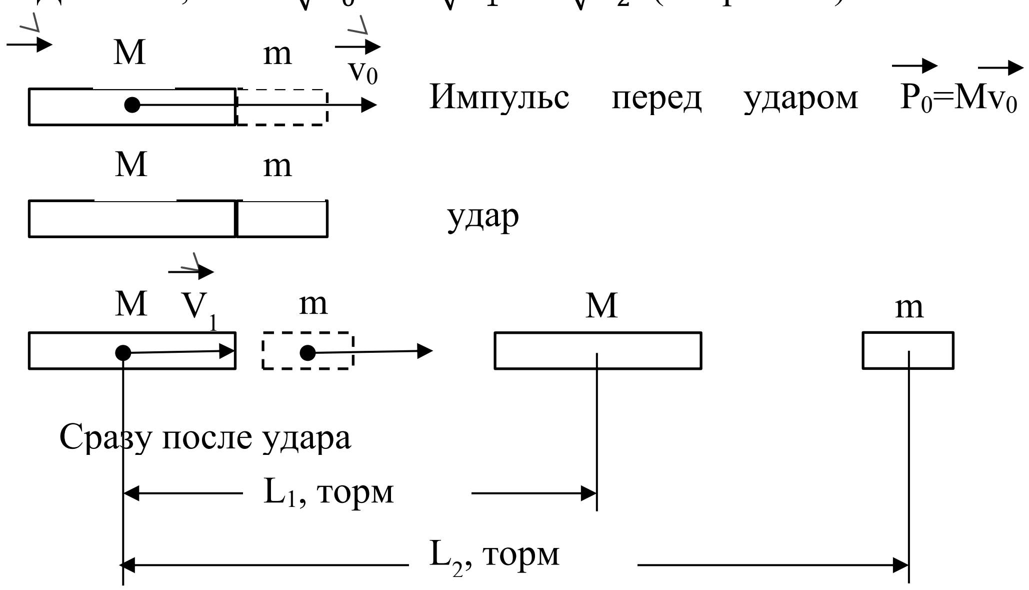


Рис. 15

Если пустить шайбу с верхней части наклонной плоскости, плавно переходящей в горизонтальную плоскость, то, пройдя некоторый тормозной путь, шайба остановится. На рисунках 16, 17 представлена измерительная установка.

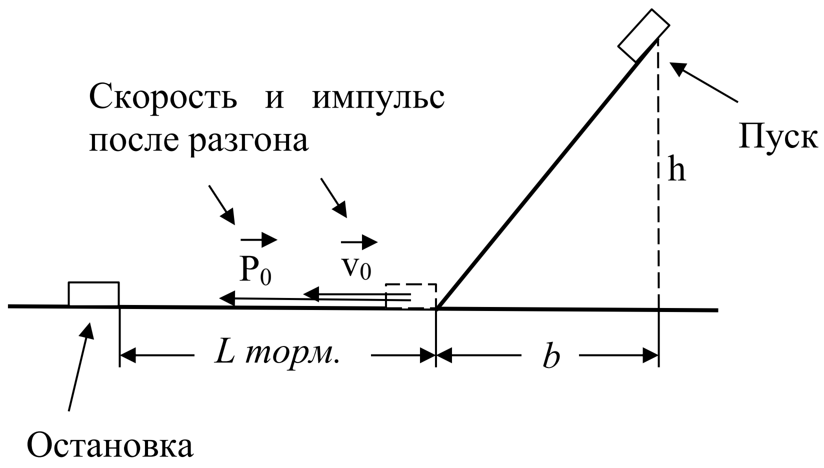


Рис. 16

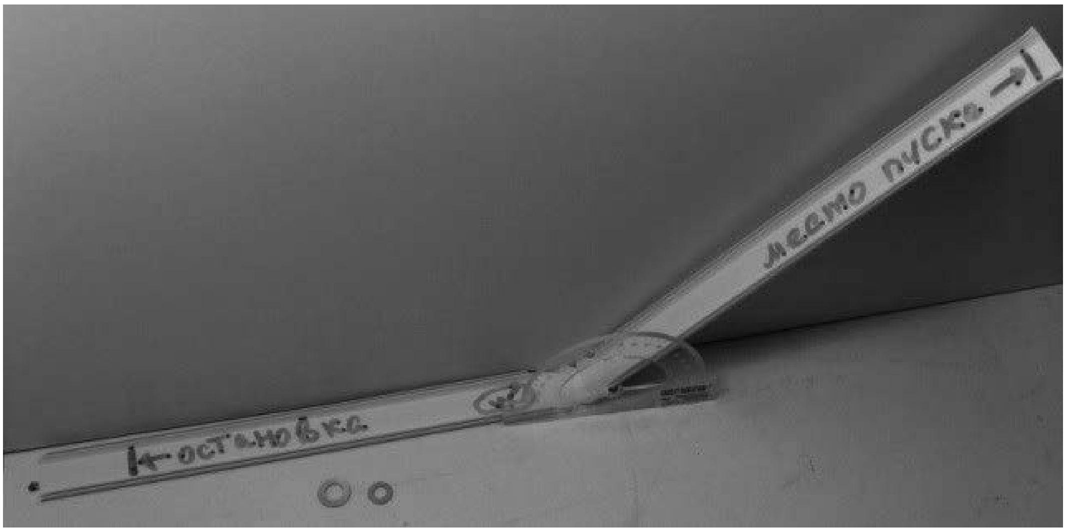


Рис.17

Цель задания: Провести необходимые измерения и определить коэффициент трения, кинетическую энергию и импульс шайбы, которые она имеет после разгона у основания наклонной плоскости. Разработать опыт по проверке закона сохранения импульса при столкновении шайб, проверить выполняется ли при этом закон сохранения энергии.(см. рис. 17.)

Вы будете работать с одной из шайб (см. рис. 18).
Большая шайба имеет массу M =_______ *г* ;
у малой шайбы масса равна m = _______*г* .

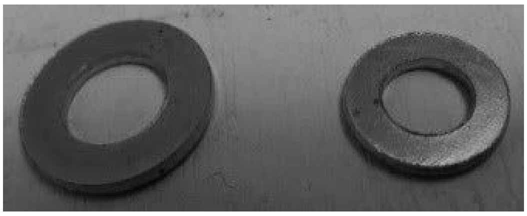
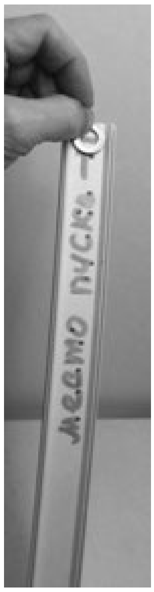


Рис.18



Технология пуска показана на фотографии (см. рис. 19). Наклон плоскости и место пуска могут быть произвольными, но такими, чтобы шайба двигалась ускоренно и не соскакивала с горизонтальной части установки.

Рис.19.

4.3. Случайные погрешности в лабораторных работах по физике можно оценивать только с использованием калькулятора

4.3.1. О теории случайных погрешностей.

Теория случайных погрешностей была создана К.Ф.Гауссом в первой половине XIX в. в связи с его занятиями астрономией и геодезией.

Напомним, что случайные погрешности $\delta_i = x_i - a$ проявляются при проведении серии измерений одной и той же физической величины в неизменных условиях одним и тем же методом.

Одним из фундаментальных положений теории Гаусса является «принцип арифметической середины». В соответствии с этим принципом за истинное значение величины a принимается среднее значение $\frac{x_1 + x_2 + \ ... + x_n}{n}$ при $n \to \infty$, если метод не сопровождается систематическими погрешностями.

Для случайных погрешностей характерны следующие свойства.

1) Положительные и отрицательные случайные погрешности встречаются с одинаковой вероятностью, т. е. одинаково часто.

2) Среднее арифметическое из алгебраической суммы случайных погрешностей при неограниченном возрастании числа наблюдений стремится к нулю, т. е.

$$\lim \frac{\delta_1 + \delta_2 + \ ... + \delta_n}{n} = 0 \ n \to \infty \ .$$

3) Малые по абсолютной величине случайные погрешности встречаются с большей вероятностью, чем большие.

Основная идея теории Гаусса может быть выражена следующим образом.

Возможные конкретные значения случайной погрешности, как и сам результат измерения, предсказать невозможно. Однако после того как экспериментатор определил измеряемый параметр и метод его измерения, сразу «возник» объективный закон, неизвестный исследователю. Этот закон определяет совокупность случайных погрешностей, которые возникают в процессе измерений.

Всегда можно эмпирически (на конкретных опытах) выявить закон распределения случайных погрешностей, который обычно выражается в виде так называемой *функции распределения* $f(\delta)$. Этот закон позволяет определить вероятность, с которой погрешность может оказаться в интервале от δ_1 до δ_2. Вероятность эта равна площади заштрихованной криволинейной трапеции, представленной на графике функции распределения (рис. 20).

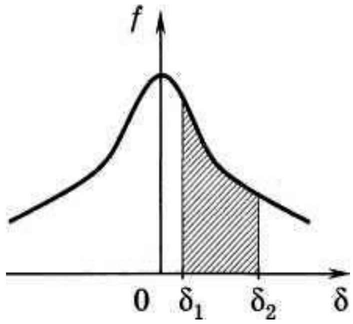


Рис. 20

Гауссу удалось определить универсальный закон распределения, которому подчиняется огромный класс случайных погрешностей измерений самых разных величин различными методами.

Этот закон носит название **нормального закона распределения**. Конечно, существуют измерения, погрешность которых не распределена по нормальному закону. Однако всегда можно определить степень их отклонения от нормального закона.

Функция распределения $\varphi(\delta)$, открытая Гауссом, имеет следующие свойства (рис. 21).

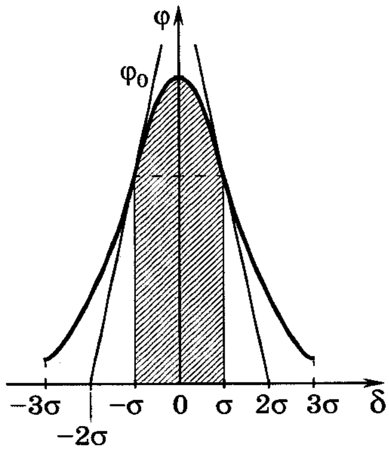


Рис. 21

1) Функция $\delta(\varphi)$ четная, т. е. δ-(φ -)$\delta(\varphi)$, и в силу этого симметрична относительно оси координат.

2) Функция $\delta(\varphi)$ имеет максимум при значениях случайной погрешности, равных нулю.

3) Функция $\delta(\varphi)$ имеет две точки перегиба, расположенные симметрично относительно оси координат. Координаты точек перегиба равны $\pm\sigma$.

4) Касательные к кривой $\delta(\varphi)$ в точках перегиба отсекают на оси абсцисс отрезки, равные $\pm 2\sigma$.

5) Максимальное значение функции $\delta(\varphi)$ равно $\varphi_0 = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$.

6) Площадь под всей кривой $\delta(\varphi)$ стремится к 1. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми, проходящими через точки $\delta_{1,2} = \pm\sigma$, составляет 0,68 от всей площади; если прямые проходят через точки $\delta_{3,4} = \pm 2\sigma$, то площадь составляет 0,95; площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $\delta_{5,6} = \pm 3\sigma$, равна 0,99.

Параметр σ, определяющий все фундаментальные свойства нормального закона, называется **средним квадратическим отклонением.** Этот параметр может быть определен после получения достаточно большой серии результатов измерений x_1 , x_2, x_3, ..., x_n. Тогда

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - x_{\text{ср}})^2 + (x_2 - x_{\text{ср}})^2 + \ ... + (x_n - x_{\text{ср}})^2}{n}}$$

Важность параметра **σ** состоит в том, что он позволяет определить границы случайных погрешностей. Действительно, вероятность получения случайных погрешностей, превосходящих по абсолютной величине 3σ, равна 1%.

При обычной организации измерений не представляется возможности провести не только бесконечно большое число измерений, но и провести просто большое их число.

Специальные исследования показали, что такая граница может быть определена при небольшом числе опытов в серии.

В такой серии из k измерений находят так называемую **среднюю квадратичную погрешность** $\Delta x_{кв} = \sqrt{\dfrac{(x_1 - x_{ср})^2 + (x_2 - x_{ср})^2 + \ ... + (x_k - x_{ср})^2}{k}}$. Затем $\Delta x_{кв}$ увеличивают в S раз.

Число S называется **коэффициентом Стьюдента** (коэффициент был предложен в 1908 г. английским математиком В. С. Госсетом, публиковавшим свои работы под псевдонимом Стьюдент - студент). Коэффициент Стьюдента позволяет определить границу случайной погрешности серии: $\Delta x_{случ} = S\Delta x_{кв}$. Ниже представлена таблица коэффициентов S для различного числа опытов в серии (табл. 4.3.1).

Таблица 4.3.1

Число опытов n	3	5	7	8	10	15
Значение S	9,9	4,6	3,7	3,5	3,2	3

4.3.2. Погрешность среднего арифметического

После проведения серии равноточных измерений и нахождения $x_{ср}$ и σ легко определяется интервал, к которому с вероятностью 99% принадлежит результат любого следующего измерения. Этот интервал равен $[x_{ср} \pm 3\sigma]$, если в серии достаточно много измерений, и имеет вид $[x_{ср} \pm S\,\Delta x_{кв}]$ при небольшом числе опытов. Это означает, что 3σ (или $S\,\Delta x_{кв}$) характеризует погрешность каждого опыта серии. Итак, **среднее квадратичное отклонение серии опытов есть погрешность каждого опыта серии.** Именно поэтому вводится обозначение σ_x или $\Delta S_{кв.\ x}$. Однако среднее арифметическое есть разумная комбинация всех измерений, и поэтому следует ожидать, что истинное значение находится в более узком интервале около $x_{ср}$, чем $[x_{ср} \pm 3\sigma_x]$.

Понять, почему должно быть именно так, помогут следующие рассуждения.

Выполняется N серий по n опытов в каждой. В каждой серии из n опытов определяется среднее значение $x_{ср}$. Таких средних значений получается N: $x_{ср1}, x_{ср2}, ..., x_{срN}$. Для этой совокупности средних определяется среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_{x\ ср} = \sqrt{\frac{(x_{ср1} - x_{ср})^2 + (x_{ср2} - x_{ср})^2 + \ ... + (x_{срN} - x_{ср})^2}{N}}$$

Величина $\sigma_{x\ ср}$ характеризует предельное распределение средних значений, это и есть величина, которая позволяет найти интервал, в котором находится истинное значение измеряемой в опыте величины $[x_{ср} \pm 3\sigma_{x\ ср}]$. На практике такая процедура никогда не реализуется не только потому, что это очень трудоемко, но и потому, что теория погрешностей позволяет по результатам одной серии определить погрешность среднего. Это делается на основе **фундаментального результата теории погрешностей:**

стандартное отклонение среднего $\sigma_{x\text{ ср}}$ в $\sqrt{n}$ раз меньше стандартного отклонения каждого опыта серии σ_x, т.е. $\sigma_{x\text{ ср}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$.

Итак, если в серии с достаточно большим числом опытов определено $x_{\text{ср}}$, то граница случайной погрешности среднего равна $\Delta x_{\text{ср}} = 3\sigma_{x\text{ ср}} = 3\,\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$.

Если в серии небольшое число опытов, то граница случайной погрешности среднего находится по формуле: $\Delta x_{\text{ср}} = S\,\frac{\Delta x_{\text{кв}}}{\sqrt{n}}$.

Все расчеты случайных погрешностей возможны только с использованием режима статистических расчетов (см. стр. 47), следуя методическим рекомендациям, приведенным ниже.

4.3.3. Использование калькулятора fx-82EX «CLASSWIZ» для оценки случайных погрешностей

1. Включаем калькулятор, клавиша «ON».
2. Нажимаем клавишу «menu-setup».
3. Входим в режим статистики. Нажимаем клавишу «2».
4. Выбираем режим 1-Variable. Нажимаем клавишу «1».
5. Заполняем таблицу.
6. Нажимаем клавишу «OPTN».
7. Выбираем режим 1-Variable. Нажимаем клавишу «3».
8. На дисплее получаем ряд характеристик.

8.1. Первая сверху – значение среднего значения $\bar{x}$.

8.2. Вторая снизу – случайная погрешность каждого опыта серии σ_{x}.

9. Вычисляем погрешность среднего $\sigma_{\text{ср}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$.
10. Находим границу случайной погрешности среднего $\sigma_{\text{ср}} = S \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$.

Пример. Измерялась скорость тела, брошенного горизонтально (рис. 22). В десяти опытах были получены следующие значения дальности полета L (в мм): 250, 245, 250, 262, 245, 248, 262, 260, 260, 248. Дальность полета тела измерялась линейкой с основной погрешностью Δ_1 = 1 мм. Высота, с которой брошено тело, в опыте равнялась H = 1 м и измерялась мерной лентой с основной погрешностью Δ_2 = 1 см и ценой деления C_2 = 1 см.

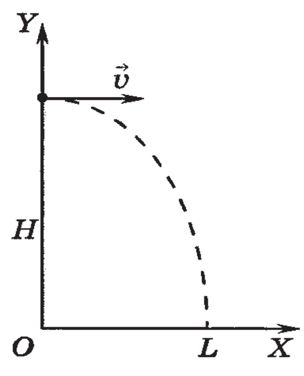


Рис. 22

Решение

Сначала определим среднее значение дальности полета тела и вычислим его начальную скорость. Для этого сведем все данные в таблицу 4.3.2 и проведем их первичную обработку.

Так как $H = \frac{gt^2}{2}$ и $L = \upsilon t$, то $\upsilon = L\sqrt{\frac{g}{2H}}$.

Легко определить среднее значение скорости по результатам серии опытов: $\upsilon = 253 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{10}{2\cdot 1}} = 0{,}565$ м/с.

Граница относительной погрешности измерения скорости:

$$\varepsilon_\upsilon = \varepsilon_L + \frac{1}{2}\varepsilon_g + \frac{1}{2}\varepsilon_H = \frac{\Delta L}{L_{ср}} + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2}\frac{\Delta H}{H}$$

В этой формуле ΔL - граница абсолютной погрешности измерения дальности полета, Δg - погрешность округления g, ΔH - погрешность прямого однократного измерения высоты.

$$\Delta H = 1 \text{ см} + 0{,}5 \text{ см} = 1{,}5 \text{ см}.$$

ΔL складывается из погрешности линейки Δ_1 и случайной погрешности $\Delta L_{случ}$:

$$\Delta L = \Delta_1 + \Delta L_{случ}.$$

Так как $\Delta L_{кв} = 7$ мм, то при оценке $\Delta L_{случ}$ нет смысла учитывать погрешность линейки $\Delta_1 = 1$ мм.

Таблица 4.3.2

№ п/п	L, мм	$L_{ср}$, мм	$\Delta L_{кв}$, мм
1	250	253	7
2	245		
3	250		
4	262		
5	245		
6	248		
7	262		
8	260		
9	260		
10	248		

Определим погрешность измерения скорости в любом однократном опыте, который можно провести на данной установке. В этом случае в формулу для ε_υ следует вместо ΔL подставить его границу $\Delta L = S\Delta L_{кв}$.
Здесь $S = 3{,}2$ (см. табл. 4.3.1).

Имеем: $\varepsilon_\upsilon = \frac{3{,}2\cdot 7}{253} + (\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}2}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1{,}5}{100})$.

Первое слагаемое в этой сумме равно 0,09; слагаемое в скобках (0,01 + 0,0075) = 0,0175. Следовательно, $\varepsilon_\upsilon = 0{,}09$. Граница абсолютной погрешности каждого опыта серии не превосходит

$$\varepsilon\,\upsilon = \varepsilon_0 = 0{,}565 \bullet 0{,}09 = 0{,}05 \text{ м/с}.$$

Это значит, если на данной установке провести еще один опыт, то гарантировать, что значение скорости, рассчитанное по его результатам, будет принадлежать интервалу [(0,56 - 0,05) м/с; (0,56 + 0,05) м/с].

Найдем границу случайной погрешности среднего значения скорости тела, брошенного горизонтально. Для этого в формулу для ε_υ следует вместо ΔL подставить границу случайной погрешности среднего $\Delta L_{\text{ср}} = S\,\frac{\Delta L_{\text{кв}}}{\sqrt{n}}$.

Таким образом, $\Delta L_{\text{ср}} = 3{,}2\,\frac{7}{\sqrt{10}} = 7$ мм.

Относительная погрешность среднего равна

$$\varepsilon_{\upsilon\,\text{ср}} = \frac{7}{253} + \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}2}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1{,}5}{100}\right) = 0\ 027 + 001{+}0\ 0075.$$

Последним слагаемым в этой сумме можно пренебречь.

Итак, ср = 0,04= 4%. Мы видим, что погрешность среднего в два раза меньше погрешности каждого опыта. Граница абсолютной погрешности среднего равна:

$$\Delta\upsilon_{\text{ср}} = \upsilon_{\text{ср}}\,\varepsilon_{\upsilon\,\text{ср}} = 0{,}565 \cdot 0{,}04 = 0{,}02 \text{ м/с}.$$

Таким образом, из серии 10 опытов по измерению скорости можно сделать вывод о том, что в любой другой такой серии из 10 опытов на данной установке среднее значение скорости будет находиться в интервале [(0,56 - 0,02) м/с; (0,56 + 0,02) м/с]. Этому же интервалу принадлежит неизвестное значение скорости, которое получится, если проделать серию с очень большим числом опытов, т. е. такое значение, которое можно назвать истинным значением.

5. Задачи по астрономии в ЕГЭ

В 2018 году в экзамен были включены задания на множественный выбор двух правильных ответов из пяти предложенных и задания на извлечение астрономической информации из текстов с таблицами.

Вместе с тем при изучении курса астрономии также необходимо решать задачи. При решении таких задач обойтись без калькулятора нельзя. Приведем два примера.

Пример 1.

Масса Марса составляет 0,1 от массы Земли, диаметр Марса вдвое меньше, чем диаметр Земли. Каково отношение периодов обращения искусственных спутников Марса и Земли $T_М / T_З$, движущихся по круговым орбитам на небольшой высоте?

Решение

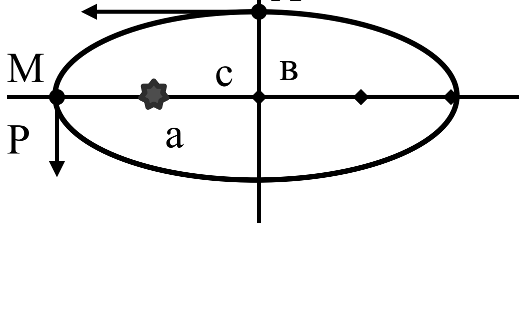
Ускорение спутника, движущегося со скоростью v вокруг планеты массой M по круговой траектории радиуса R, равно $a = \frac{v^2}{R}$, $F = G\frac{Mm}{R^2} = ma$, откуда $a = G\frac{M}{R^2}$, т.е. $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Период обращения спутника $T = {}^{2\pi R}/_{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$.

$$\frac{T_M}{T_З} = \frac{\sqrt{\left({}^{R_М}/_{R_З}\right)^3}}{\sqrt{{}^{М_М}/_{М_з}}} = \frac{\sqrt{R_М^3 М_З}}{\sqrt{R_З^3 М_м}} = \sqrt{\frac{1 \cdot R_З^3 \cdot М_З}{8 \cdot R_З^3 \cdot 10^{-1} М_З}} = \sqrt{0{,}125 \cdot 10} = \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}1$$

Пример 2.

Меркурий движется по эллиптической орбите с большой полуосью ***a* = *0,38* а.е.** Эксцентриситет орбиты ε = 0,2. Найти силу всемирного тяготения (или ускорение Меркурия) между Солнцем и Меркурием в перигелии и афелии.



Решение

1. Находим в таблицах необходимые данные.

Масса Меркурия $m = 0,3 \cdot 10^{24}$ кг,

масса Солнца $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг, 1 а.е. $= 1,5 \cdot 10^{11}$ м.

2. Находим большую полуось орбиты Меркурия

$a = 0,38 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} = 5,7 \cdot 10^{10}$

3. Расстояния между Солнцем и Меркурием в перигелии (r) и афелии (R):

$r = a\,(1-e) = 0,38 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot (1-0,2) = 4,56 \cdot 10^{10}$

$R = \text{a}\,(1+e) = 0,38 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \cdot (1+0,2) = 6,84 \cdot 10^{10}$

4. Находим силу взаимодействия F и f.

$$F=G\cdot(M\cdot m/R^{\,2}) = (6,7 \cdot 10^{11})\cdot \frac{(0,3\cdot 10^{24})\cdot(2\cdot 10^{30})}{(0,38\cdot 1,5\cdot 10^{11}\cdot 0,8)\cdot(0,38\cdot 1,5\cdot 10^{11}\cdot 0,8)} = 1,93\cdot 10^{44}$$

$$f=G\cdot(M\cdot m/r^{\,2}) = (6,7\cdot 10^{11})\cdot \frac{(0,3\cdot 10^{24})\cdot(2\cdot 10^{30})}{(0,38\cdot 1,5\cdot 10^{11}\cdot 1,2)\cdot(0,38\cdot 1,5\cdot 10^{11}\cdot 1,2)} = 8,59\cdot 10^{43}$$

Пример 3

Прочитайте текст:

Расстояние до звезды R, выраженное в парсеках, обратно параллаксу звезды π, выраженному в секундах дуги, т. е. равно 1/π . Путь, проходимый лучом света в течение года, называется световым годом.

1 парсек = 3,26 световых года = 206 265 а.е. = $3,08\cdot 10^{13}$ *км.*

Звездную величину M светила, которую оно имело бы, находясь от нас на расстоянии 10 парсеков, называют абсолютной величиной.

$M = m + 5 + 5 \lg \pi$

или

$M = m + 5 - 5 \lg r$,

где m - наблюдаемая (видимая) звездная величина светила, находящегося на расстоянии r парсеков и имеющего годичный параллакс π.

1) Выполните расчет

Параллакс Сириуса равен 0,37″, а параллакс Спики равен 0,02″. Выразить расстояния до этих звезд в парсеках, в световых годах, в астрономических единицах и в километрах.

Ответы: 2,7 парсек = 8,8 св.г = 558000 а.е. = $8{,}3 \cdot 10^{13}$ км;
50 парсек = 163 св.г.

Параллакс Альтаира равен 0,20″, а параллакс Веги равен 0,12″. Выразить расстояния до этих звезд в парсеках, в световых годах, в астрономических единицах и в километрах.

Ответы: 5 парсек = 16,3 св.г = 1,03·106 а.е. = $15{,}4 \cdot 10^{13}$ км;
8,3 парсек = 27,2 св.г = 1,7·106 а.е. = $2{,}56 \cdot 10^{14}$ км.

2) Выполните расчет

Видимая звездная величина Сириуса равна –1,58, а его спутника 8,44. Во сколько раз истинный блеск Сириуса больше истинного блеска его спутника? Принять во внимание, что расстояние между этими звездами ничтожно мало в сравнении с расстоянием от Земли до Сириуса.

Ответ: Сириус в 10200 раз ярче своего спутника.

Вычислить абсолютную звездную величину Сириуса, зная, что его параллакс равен 0,371″, а видимая звездная величина равна –1,58.

Ответ: +1,27.

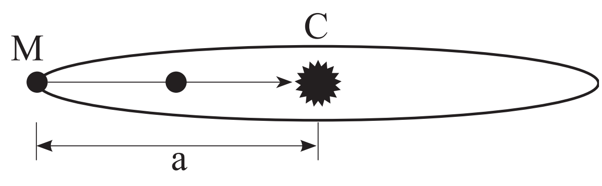
Определить абсолютную величину Антареса, зная, что его параллакс равен 0,009″, а видимая величина равна +1,22.

Ответ: –4,0.

Пример 4

Представьте себе, что в какой-то момент Марс остановился на своей орбите. Сколько времени он падал бы на Солнце? Среднее расстояние от Солнца до Марса 1,52 а.е.

Решение: можно считать, что падение на Солнце – это движение по орбите с большой полуосью а = 1,52 а.е.



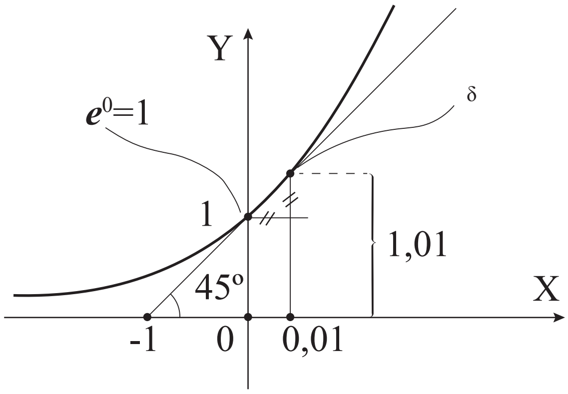
Следовательно, время падения – это четверть периода обращения.

$$\frac{a^3}{T^2} = 1. \quad a^3 = T^2. \quad t_{пад(лет)} = \frac{1}{4}T = \sqrt[2]{a^3} = \frac{1}{4}a \cdot \sqrt{a} = 0{,}46894\ldots \text{ (лет).}$$

6. Расчет числа Эйлера «е» с помощью калькулятора

Прочитайте текст:

Известно, что число ***е*** *– одна из мировых математических постоянных: основание натуральных логарифмов. Показательная функция* $\boldsymbol{y = e^x}$ *пересекает ось Оу под углом 45°.*



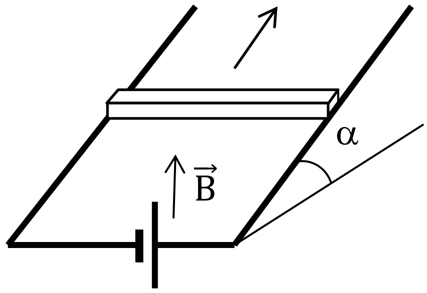
Этим можно воспользоваться для вычисления числа ***е***.

Предположим, что $x = 0{,}01$. $e^{0{,}01} = 1{,}01$. Воспользуйтесь этим и вычислите число $e = \sqrt[0{,}01]{1{,}01}$ (перейдите в регистр Shift и нажмите клавишу « **x**□ »)

Ответ: 2,7048138.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

1) Решение задания 31 из Демоверсии 2018.



В вакууме находятся два кальциевых электрода, к которым подключен конденсатор ёмкостью 4000 пФ. При длительном освещении катода светом фототок между электродами, возникший вначале, прекращается, а на конденсаторе появляется заряд $5{,}5\cdot10^{-19}$ Кл. «Красная граница» фотоэффекта для кальция λ_0 = 450 нм. Определите частоту световой волны, освещающей катод. Ёмкостью системы электродов можно пренебречь.

Возможное решение

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта: $h\nu = A_{вых} + E_к$, где $E_к$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, $A_{вых} = hc / \lambda_0$.

Фототок прекращается, когда $E_к = eU$, где U – напряжение между электродами, или напряжение на конденсаторе. Заряд конденсатора $q = CU$.

В результате получаем:

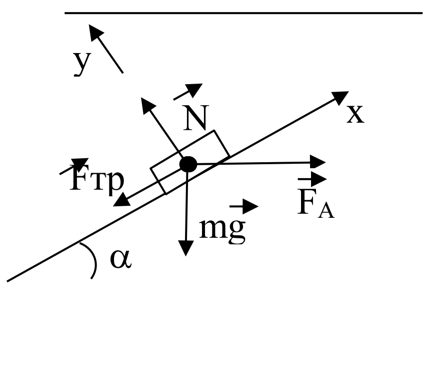
$$\nu = \frac{c}{\lambda_0} + \frac{eq}{Ch} = \frac{3\cdot10^8}{450\cdot10^{-9}} + \frac{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot5{,}5\cdot10^{-9}}{4000\cdot10^{-12}\cdot6{,}6\cdot10^{-34}} \approx 10^{15} \text{ Гц.}$$

Ответ: $\nu \approx 10^{15}$ Гц.

2) Решение примера по механике из п. 1.2.

На проводящих рельсах, проложенных по наклонной плоскости, в однородном вертикальном магнитном поле находится горизонтальный прямой проводник прямоугольного сечения массой ***m* = 20 г**. Плоскость наклонена к горизонту под углом ***α* = 30°** . Расстояние между рельсами **40 см**. Когда рельсы подключены к источнику тока, по проводнику протекает постоянный ток **11 А** . При этом проводник поступательно движется вверх по рельсам равномерно и прямолинейно. Коэффициент трения между проводником и рельсами **0,2**. Вычислить модуль индукции магнитного поля. При каких углах наклона рельсов равномерное движение стержня невозможно?

Решение



Изобразим все силы, действующие на проводник, и запишем второй закон Ньютона:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = 0$$

В проекциях на выбранные оси координат это уравнение в совокупности с законом сухого трения и законом Ампера дает:

$$-mg \cdot Sin\alpha - \mu N + IBL \cdot Cos\alpha = 0$$

$$N - mg \cdot Cos\alpha - IBL \cdot Sin\alpha = 0$$

Выражаем из этой системы уравнений магнитную индукцию:

$$B = \frac{mg(\mu \cdot Cos\alpha + Sin\alpha)}{IL(Cos\alpha - \mu \cdot Sin\alpha)}$$

Набираем в области редактирования калькулятора «как в тетради»:

$$B = \frac{0{,}02 \cdot 10 \cdot (0{,}2 \cdot Cos30 + Sin30)}{11 \cdot 0{,}4(Cos30 - 0{,}2 \cdot Sin30)}$$

и в «одно касание» получаем ответ: $B = 0{,}04\,Тл$.

Чтобы ответить на второй вопрос задачи, нужно посмотреть на знаменатель дроби: он не должен равняться нулю. Следовательно,

$ctg\alpha \neq 0{,}2$,

$\alpha = arctg\,0{,}2$.

С помощью калькулятора узнаем, что предельный угол, при котором движение вверх невозможно, примерно равен 79°.

3) Решение примера по квантовой физике из п. 1.2.

Пациенту ввели внутривенно **2 см³** раствора, содержащего радиоактивный изотоп $^{24}\boldsymbol{Na}$. Активность 1 см³ этого раствора в тот момент была $\boldsymbol{A_1}$**= 2000 распадов в секунду**. Период полураспада изотопа натрия $^{24}\boldsymbol{Na}$ равен **15 часам**. Через сколько времени активность 1 см³ крови пациента станет в 10 000 раз меньше изначальной активности раствора, если объем крови пациента **6 л** ? Переходом ядер изотопа $^{24}\boldsymbol{Na}$ из крови в другие ткани организма можно пренебречь.

Решение

Уменьшение активности происходит по двум причинам: 1) происходит радиоактивный распад ядер $^{24}\boldsymbol{Na}$, поэтому их количество в крови уменьшается; 2) происходит разбавление раствора кровью.

Первый фактор приводит к уменьшению активности по закону радиоактивного распада:

$$A = A_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

А за счет разбавления активность снижается в $\frac{V_2}{V_1}$ раз, где $\boldsymbol{V_2}$ – объем крови пациента, $\boldsymbol{V_1}$ – объем введенной дозы.

В итоге конечная активность 1 см³ крови соотносится с начальной активностью 1 см³ вводимого раствора следующим образом:

$$A_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot A_1 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Теперь нужно выразить отсюда время ***t*** :

$$\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 2^{-\frac{t}{T}}$$

Прологарифмируем обе части по основанию 2.

<u>Вопрос:</u> **как вычислять логарифм по любому основанию?**

log_ab *вводится в виде* ***log (a,b)*** *. Для этого сначала нажимается клавиша «**log**». На дисплее появляется **log (** . Теперь надо ввести основание, т.е. нажать клавишу «**2**». Теперь надо ввести « **,** » . Она находится в регистре **shift** под клавишей « **)** » . Поэтому нажимаем « **shift** » и « **)** ». Далее набираем логарифмируемое выражение и « = ».*

$$\log_2\left(\frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{t}{T}$$

Отсюда находим ***t*** :

$$t = T \cdot \log_2\left(\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{V_1}{V_2}\right)$$

Подставляем численные значения:

$$t = 15ч \cdot \log_2\left(10000 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}}\right)$$

Благодаря тому, что калькулятор позволяет вычислять логарифмы по любому основанию, мы не тратим время для перехода к натуральному или десятичному логарифму, а просто берем калькулятор и «в одно касание» получаем численный ответ:

$$t \approx 26ч$$

4) Решение задачи приведённой в разделе 3 "Новые типы задач ЕГЭ 2018-2019"

К источнику с ЭДС *E* и внутренним сопротивлением *r* подключена внешняя цепь (см. рис. 23). Было проведено исследование зависимости мощности тока во внешней цепи от её сопротивления. Результаты исследования представлены в виде графика на рисунке 24. Проанализируйте характер зависимости и определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

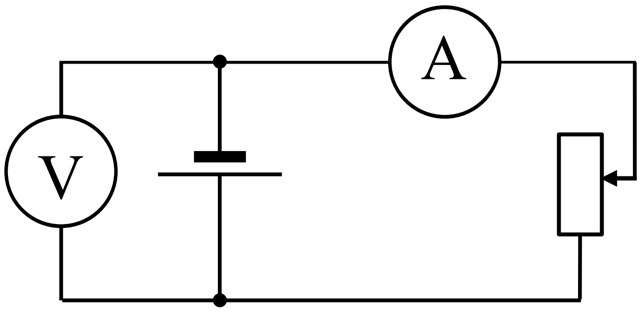


Рис. 23

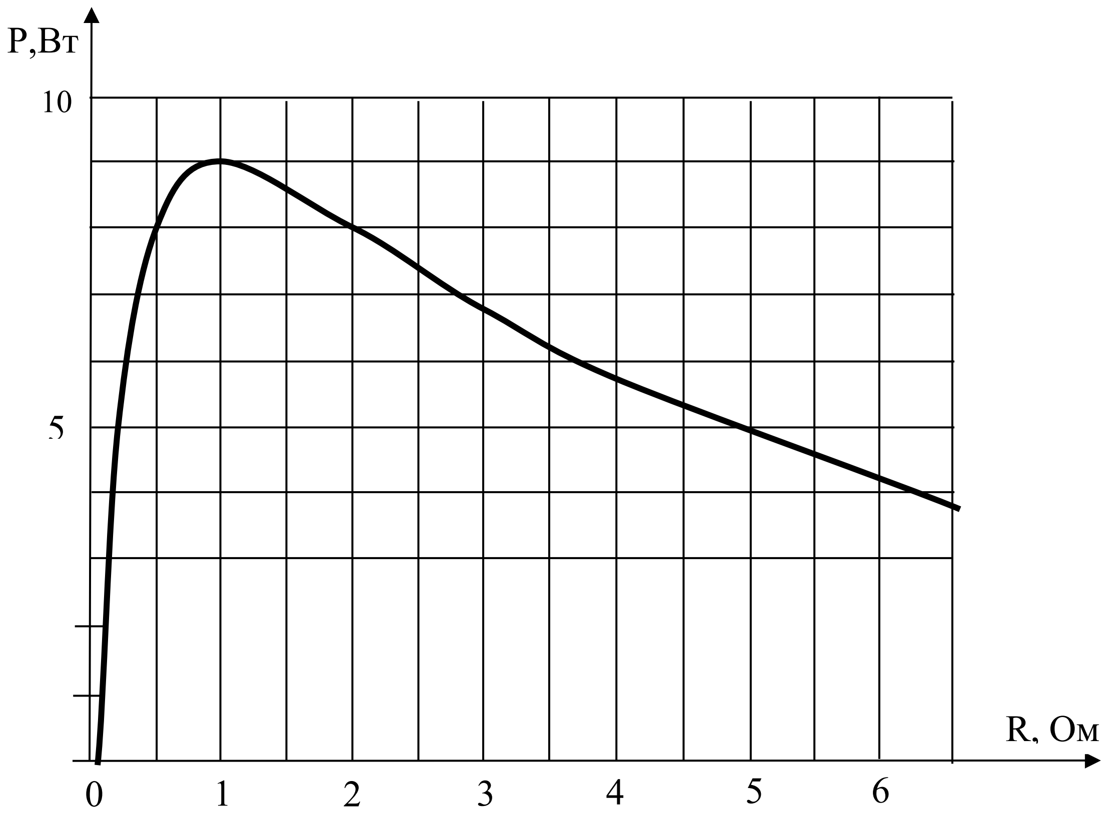


Рис. 24

<u>*Образец возможного решения*</u>

1. Результаты исследования показывают, что мощность достаточно быстро достигает максимального значения и затем медленно убывает при увеличении сопротивления.
2. Мощность тока во внешней цепи равна

$$P_0 = I^2 R = \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 \cdot R = E^2 \frac{R}{(R+r)^2} \quad .$$

При $R = 0$ $P = 0$. Для того, чтобы определить, как изменяется мощность при увеличении сопротивления, преобразуем выражение для мощности.

$$P = \frac{E^2 R}{R^2(1+\frac{r}{R})^2} = \frac{E^2}{R(1+\frac{r}{R})^2} \quad .$$

Отсюда видно, что при $R \to \infty$ мощность стремится к нулю.
Так как функция непрерывна, то, следовательно, она имеет максимум.
Из графика видно, что максимум равен 9 Вт при $R = 1$ Ом.
Это позволяет написать уравнение:

$$9 = \frac{E^2 \cdot 1}{(1+r)^2}, \text{ или } 3 = \frac{E}{1+r}. \qquad (1)$$

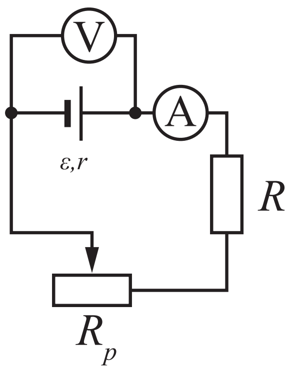
3. Из графика видно, что при $R_1 = 0{,}5$ Ом и $R_2 = 2$ Ом мощность равна 8 Вт $= P_{1,2}$. При $R_3 = 5$ Ом мощность равна 5 Вт $= P_3$.
   Любую из этих пар значений удобно взять для составления второго уравнения.
   Например, $5 = \frac{E^2 \cdot 5}{(5+r)^2}$.

$$\frac{E^2}{(5+r)^2} = 1, \quad \frac{E}{5+r} = 1 \qquad (2)$$

4. Решаем систему уравнений:
   $E = 3 + 3r$
   $E = 5 + r$
   Отсюда: $3 + 3r = 5 + r$; $2r = 2$; $r = 1$ (Ом).
   По любому из двух уравнений (1) и (2) найдем $E = 6$ В.

Задача 18 из Демоверсии 2020

Исследуется электрическая цепь, собранная по схеме, представленной на рисунке.



Определите формулы, которые можно использовать для расчётов показаний амперметра и вольтметра.

Измерительные приборы считать идеальными.

К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

ПОКАЗАНИЯ ПРИБОРОВ	ФОРМУЛЫ
А) показания амперметра Б) показания вольтметра	1) $\varepsilon(R+R_p+r)$ 2) $\frac{\varepsilon r}{R+R_p+r}$ 3) $\frac{\varepsilon(R+R_p)}{R+R_p+r}$ 4) $\frac{\varepsilon}{R+R_p+r}$

Ответ:

А	Б