С.С. Минаева, Н.С. Никитина, Д.О. Смекалин, А.В. Грудзинский

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО СТАТИСТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ МАЛЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ



МИНАЕВА С.С., НИКИТИНА Н.С., СМЕКАЛИН Д.О., ГРУДЗИНСКИЙ А.В.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО СТАТИСТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ МАЛЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

Методические рекомендации к изучению статистического материала в 7–9 классах

Под ред. И.Е.Вострокнутова

Москва 2011 Решение задач по статистике с использованием возмож-Р47 ностей применения малых вычислительных средств : метод. рекомендации к изучению статистич. материала в 7—9 кл. / С.С.Минаева, Н.С.Никитина, Д.О.Смекалин, А.В.Грудзинский ; под ред. И.Е.Вострокнутова. — М. : Принтберри, 2011. — 116 с.

ISBN 978-5-89513-222-7

Пособие предназначено для учителей математики, ведущих преподавание в 7—9 классах общеобразовательных учебных заведений, оснащенных графическими или научными калькуляторами. В нем последовательно и подробно раскрываются возможности использования калькулятора в обработке статистической информации, рассматриваются доступные и интересные для учащихся примеры решения задач при изучении статистической тематики. Для организации самостоятельной работы учащихся предложена система упражнений и комментарий к их выполнению.

> УДК 311(078) ББК 60.6в7

Учебное издание

Минаева С.С., Никитина Н.С., Смекалин Д.О., Грудзинский А.В.

Решение задач по статистике с использованием возможностей применения малых вычислительных средств

Методические рекомендации

Ответственный редактор А.Б.Игрунов Художественное оформление: А.В.Аксенов Компьютерная верстка: Л.А.Вишнякова

Подписано в печать 01.11.2007. Формат 60 · 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 7,25. Тираж 1000 экз. Заказ № 116

Издательско-полиграфическая фирма ООО «Принтберри». Москва, пр-д Комсомольской пл., 12. Тел./факс: (495) 545-4764. e-mail: info@printberry.ru

> © Минаева С.С., Никитина Н.С., Смекалин Д.О. Грудзинский А.В., 2011

ISBN 978-5-89513-222-7

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Применение статистических методов для обработки результатов наблюдений почти всегда связано с большим объемом вычислений, с построением графиков и диаграмм. В связи с этим всякий исследователь старается использовать любую возможность ради облегчения работы с рядом данных наблюдений: в расчетах применяет вычислительные средства, при построении диаграмм разумно округляет исходные данные, использует прикидку результатов и т.п.

В соответствии с требованиями Стандарта основного общего образования по математике к уровню подготовки выпускников в результате изучения математики (элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей) ученик должен уметь:

 извлекать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; составлять таблицы, строить диаграммы и графики;

- вычислять средние значения результатов измерений;

– использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, таблиц; понимания статистических утверждений.

Именно эти требования мы и постарались учесть при разработке заданий данного пособия. Материал задач подобран таким образом, чтобы быть понятным ученикам основной школы. Использованы реальные данные, почерпнутые из печатных изданий и электронных источников. При выполнении некоторых заданий иногда имеет смысл заменить данные на такие, с которыми ученики сталкиваются в своей школьной жизни, сохранив при этом условие задачи. Таким образом, у учителя появляется возможность организовать работу в интересной для учащихся сфере.

Пособие содержит две части. В первой части рассмотрены около 30 задач со статистической тематикой и их решения с использованием возможностей применения графических калькуляторов CASIO fx-9860G(SD). Понятно, что возможности научных калькуляторов несколько меньшие, но эффект при их применении тоже весьма ощутим. Поэтому во второй части пособия рассмотрен ряд задач и их решения с использованием возможностей применения научных калькуляторов CASIO серии fx-ES. Для организации самостоятельной работы учащихся предложена система упражнений и комментарий к их выполнению.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ

Простота и удобство обращения с современными малыми вычислительными средствами (графическими и научными калькуляторами), широта их использования в процессе решения задач на уроках математики позволяют по-новому оценить возможности включения калькулятора в учебный процесс. Бесспорно то, что «подключение» калькулятора ни в коем случае не должно становиться самоцелью. Сейчас калькулятор в руках учителя — это значительный потенциал в создании дополнительных возможностей для обеспечения более глубокого и осознанного усвоения учащимися всех вопросов, связанных с расчетами, построением и исследованием графиков, в частности, материала, составляющего значимую часть новой вероятностно-статистической линии курса математики.

Свобода в выборе современной модели калькулятора не только устраняет технические трудности. Нередко она позволяет учителю направить внимание учащихся на интерпретацию решения задачи, помочь ребятам извлечь из нее увлекательные сведения. А ведь интересный, кажущийся нужным материал, возможно, надолго останется в их памяти. И именно с этой позиции в пособии рассматриваются примеры задач, предлагаемых при изучении статистической тематики в 7—9 классах.

Пособие включает две части: «Решение задач с графическим калькулятором» и «Решение задач с научным калькулятором». Для раскрытия каждой части пособия принята единая структура.

В каждой части пособия предложены два подхода к решению задач. При первом подходе калькулятор сопровождает первоначальное знакомство учащихся с элементами статистики при обучении по любому из выбранных учителем учебников или учебных пособий. Выполняются табличные расчеты и графические построения в ходе изучения курса (там, где это целесообразно). С калькулятором решаются задачи-иллюстрации практического применения изучаемого математического понятия (среднее арифметическое, медиана, частота, мода и пр.). С помощью графического калькулятора демонстрируются образцы графического представления данных и возможности для интерпретации результатов.

Второй подход к решению задач базируется на уже известных учащимся сведениях из статистики и поэтому допускает впрямую, без «ручного» преобразования ряда данных, получать требуемую информацию в соответствующем режиме работы калькулятора. Теперь проведение самостоятельных исследований становится еще доступнее и привлекательнее для учащихся. В учебном процессе учитель может воспользоваться любым из двух предлагаемых в пособии подходов.

В соответствии с предложенными к решению задач подходами материал каждой части пособия представлен в двух разделах. Содержание каждого раздела систематизировано в виде пунктов. В начале пункта изложение ведется путем методического разбора решения одной задачи — так называемого примера. Он сопровождается подробным комментарием, в котором последовательно, шаг за шагом, раскрываются возможности применения графического или научного калькулятора в обработке статистической информации. Предполагается, что учитель будет использовать комментарий по своему усмотрению, так как порой он может показаться излишне подробным для подготовленных учащихся. Рассмотренный пример послужит образцом для выполнения предлагаемых далее упражнений. Следующие за примером упражнения предназначены учащимся для самостоятельного решения. Комментарий к упражнениям включен в пособие, а ссылки на него предусмотрены в оглавлении.

Советуем обращаться к помощи калькулятора и при разборе задач со статистической тематикой из учебников и учебных пособий по алгебре для 7—9 классов, имеющихся в распоряжении учителя. В нашем пособии использована литература:

1. Тула: История и современность. — Издательский дом «Пересвет», 2006.

2. Теория вероятностей и статистика / Ю.Н.Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко. — М.: МЦНМО; АО «Московские учебники», 2004.

3. Математика: Алгебра, функции, анализ данных: учебник для 9 кл. / Под ред. Г.В.Дорофеева. — М.: Просвещение, 2006.

Часть 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ГРАФИЧЕСКИМ КАЛЬКУЛЯТОРОМ

1.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ВИДЕ ТАБЛИЦ, ГРАФИКОВ, ДИАГРАММ; ЕЕ АНАЛИЗ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

1.1.1. Ряд наблюдений. Табличное и графическое представление результатов наблюдений

Пример 1. Население г. Тулы

Прочитайте сведения о населении г. Тулы [1]:

«В XIX веке население Тулы неуклонно росло. В 1819 г. в городе проживали 36 253 жителя, в 1838 г. — 51 876, в 1846 г. — 53 759, в 1860 г. — 58 084.

В абсолютных цифрах росло сословие оружейников, хотя в процентном отношении к горожанам их количество держалось примерно на одном уровне: в 1819 г. — 14 142 чел. (38,9 %), в 1838 г. — 17 575 (34,5 %), в 1846 г. — 19 385 (36,2 %), в 1860 г. — 21 314 (36,7 %). Они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу населения города. Купцов в 1819 г. было 1508 чел. (4,2 %), в 1838 г. — 1382 (2,6 %), в 1846 г. — 1640 (3,0 %), в 1860 г. — 2105 (3,6 %).»



Используя числовую информацию, выполните следующие задания: 1) Привычным способом для представления числовой информации является таблица. Выберите данные из текста и сведите их в таблицу:

Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.
1819			
1838			
1846			
1850			

Создайте соответствующую таблицу в калькуляторе и дополните ее столбцом «Прочие, чел.».

2) Представьте данные изменения числа оружейников, числа купцов и числа прочего населения, выделенного в таблице, в виде соответствующего точечного графика. Прокомментируйте графики.

3) Определите, в каком процентном отношении находилось число оружейников к числу населения г. Тулы в каждом году. Согласны ли вы с комментарием в тексте книги?

4) Постройте в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г.

Комментарий к выполнению заданий

1) Анализ данных будем проводить в режиме статистических расчетов STAT.

Для входа в него в основном меню (MAIN MENU) выделим с помощью клавиши [REPLAY] черным цветом пиктограмму STAT и нажмем [EXE]. На экране появится так называемый редактор списков, то есть таблица, содержащая 26 списков (столбцов) по 999 строк. Он используется для ввода статистических данных и выполнения статистических расчетов:





Введем данные в таблицу в следующем порядке:

- первый столбец (List 1) год проведения переписи населения;
- второй столбец (List 2) общее количество жителей в каждом году;
- третий столбец (List 3) количество оружейников (то же для мещан);
- четвертый столбец (List 4) количество купцов.

В строку SUB можно для наглядности ввести названия столбцов.

Так как в калькуляторе предусмотрен ввод только букв латинского алфавита, то названия будем вводить либо английскими словами (при этом учтем, что в строку помещается максимум восемь букв), либо начальной буквой этих слов, либо обозначим одной из букв латинского алфавита):

- название List 1 YEAR год;
- название List 2 РЕОРLЕ люди;
- название List 3 GUNMAN оружейник;
- название List 4 MERCHANT купец.

Для ввода названия сначала с помощью клавиши [REPLAY] выделим соответствующую ячейку таблицы черным цветом, затем нажмем последовательно [SHIFT] и [ALPHA] (эта операция переведет калькулятор в режим ввода красных символов), после этого наберем нужное слово, нажимая на клавиши, помеченные соответствующими буквами красного цвета (вводимое слово будет отображаться в строке ввода внизу экрана), затем для сохранения набранного слова нажмем [EXE].



Для ввода числа клавишей [REPLAY] выделим черным цветом соответствующую ячейку и наберем нужное число, нажимая на клавиши, помеченные соответствующими цифрами белого цвета (вводимое число будет отображаться в строке ввода внизу экрана), затем для сохранения набранного числа нажмем [EXE].

Получена таблица:

	LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4							
SUB	YEAR	PEOPLE	GUNMA	MERCHE							
1	1819	36253	14142	1508							
2	1838	51876	17575	1382							
в	1846	53759	19385	1640							
4	1860	58084	21314	2105							
2105											
GRE	PH. CALC	TEST I	NTR.DI	T D							

Для выполнения первого задания определим количество прочего населения г. Тулы в каждом году. Для этого из общего количества населения вычтем количество оружейников, мещан и купцов. Полученные значения занесем в пятый столбец (List 5).

Выделим клавишей [REPLAY] ячейку, обозначенную List 5, то есть «шапку» пятого столбца, и запишем формулу, по которой, используя уже введенные данные, вычислим количество прочего населения в каждом году (формула будет отображаться в строке ввода внизу экрана):

List $2 - 2 \cdot \text{List } 3 - \text{List } 4$.

Для ввода слова List последовательно нажмем [SHIFT] и [1] (над клавишей с цифрой 1 желтым цветом нанесено обозначение List). List 3 умножаем на 2, так как в тексте указано, что оружейников и мещан примерно поровну. После ввода формулы нажмем [EXE], то есть дадим калькулятору указание выполнить расчет. Калькулятор будет суммировать данные ячеек с одинаковыми порядковыми номерами.

Имеем:

	LiSt 2	List a	LiSt 4	LiSt 5	1		List a	List B	LiSt 4	LiSt 5	1		List 2	List a	LiSt 4	LiSt 5
SUB	PEOPLE	GUNMA	MERCHE			SUB	PEOPLE	GUNMA	MERCHA		11	SUB	PEOPLE	GUNMA	MERCHA	
1	36253	14142	1508			1	36253	14142	1508		11	1	36253	14142	1508	6461
2	51876	17575	1382			2	51876	17575	1382			2	51876	17575	1382	15344
E	53759	19385	1640			в	53759	19385	1640			E	53759	19385	1640	13349
4	58084	21314	2105			4	58084	21314	2105	.		4	58084	21314	2105	13351
Li	st 2-	2×Li	st 3⊣			2-	2×Lis	it 3−l	_ist	4						6461
												GR	PH_ICALC.	ITEST II	NTR_DIS	

Отметим, что произойдет при неправильном вводе данных. Например, если в столбце 2 будет заполнено пять строк, а в остальных — только четыре, то действие выполнено не будет (появится сообщение «Dimension ERROR» — ошибка размерности), так как калькулятор выполняет операции с данными, находящимися в ячейках с одинаковыми номерами.

Назовем столбец List 5 OTHERS, то есть другие («Прочие, чел.»):



2) Представим данные для сословия оружейников (List 3), для сословия купцов (List 4) и для прочего населения (List 5), выделенного в таблице, в виде соответствующих точечных графиков.

Сначала нажмем GRPH ([F1]), чтобы войти в режим построения графиков. Затем нажмем SET ([F6]), чтобы войти в режим настроек параметров статистических графиков, в котором мы будем настраивать параметры трех графиков, соответственно, для оружейников (StatGraph1), купцов (StatGraph2) и прочего населения (StatGraph3). Когда выделена верхняя строка, мы выбираем клавишами [F1] (GPH1), [F2] (GPH2) или [F3] (GPH3) график, параметры которого будем изменять. Когда график 1, 2 или 3 выбран, клавишей [REPLAY] перемещаем выделение на вторую строку, чтобы задать вид графика.



Мы выбрали Scatter (Scat — [F1]) — построение по точкам, то есть на координатной плоскости каждая точка будет отмечаться отдельно. (За-

метим, что в окне настроек параметров в строке Graph Туре (тип графика) можно было бы выбрать построение непрерывной линии *xy*.)

В строках XList и YList мы определяем, какие данные будем откладывать по оси X, а какие — по оси Y.

Для StatGraph1, то есть для оружейников, в строке XList выберем List 1, то есть год (чтобы выбрать нужный столбец (List), надо нажать [F1] (LIST): появится окно, в котором написано Select List No — выберите список, то есть столбец — надо набрать номер нужного столбца и нажать [EXE] для сохранения исправления):



В строке YList выберем List 3, то есть количество оружейников.

В строке Mark Туре зададим вид точек, которыми будут отмечены данные соответствующего графика. Для StatGraph1 выберем [F1] (П). Аналогично зададим параметры графиков для купцов (StatGraph2) и прочего населения (StatGraph3):

StatGraph1 Graph Type :Scatter XList :List1 YList :List3 Frequency :1 Wark Type :0	StatGraph2 Graph Type XList YList Frequency Mark Type	Scatter List1 List4 1	<mark>StatGraph3</mark> Graph Type XList YList Frequency Mark Type	Scatter List1 List5 1 *
	IGPH1 GPH2 GPH3	-	IGPH1 GPH2 GPH3	•

По окончании ввода параметров нажмем [EXIT] для возврата к таблице:

	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4	LiSt 5							
SUB	PEOPLE	GUNMA	MERCHA	OTHERS							
1	36253	14142	1508	6461							
5	51876	17575	1385	15344							
в	53759	19385	1640	13349							
4	58084	21314	2105	13351							
6461											
GPI	ГОРИЗ ГОРИЗ ГОРИЗ БАТ ВАТ										

Теперь мы можем построить графики: либо по одному для каждого сословия, нажимая на клавиши [F1] (GPH1 — оружейники), [F2] (GPH2 — купцы) или [F3] (GPH3 — прочее население), либо, что нас больше интересует, построить три графика одновременно. Для этого нажмем SEL ([F4]), то есть войдем в подменю выбора графиков, которые нужно построить одновременно. Клавишей [REPLAY] выделим каждую строку и нажмем On ([F1]), чтобы задать построение соответствующего графика:

StatGraphi	∶DrawOn	StatGraph1	:DrawOn	StatGraph1	:DrawOn
StatGraph2	∶DrawOff	StatGraph2	:DrawUn	StatGraph2	:DrawOn
StatGraph3	∶DrawOff	StatGraph3	:DrawOff	StatGraph3	:DrawOn
On Off	DRAW	On Off	DRAW	On Off	DRAW

Затем нажмем DRAW ([F6]), чтобы вывести графики на экран:



Прокомментируем полученные точечные графики.

Графики иллюстрируют рост числа жителей г. Тулы: число оружейников (а также мещан) и купцов в рассматриваемый период растет, причем довольно равномерно. Заметим, что к 1838 г. значительно увеличилась доля прочего населения. По-видимому, это связано с тем, что в послевоенное время сократилась доля военных заказов, и активизировался выпуск мирной продукции местным производством (действительно, читаем в [1], что уже в 1825 г. в г. Туле имелось 43 самоварных фабрики).

3) Определим, в каком процентном отношении находилось число оружейников к числу населения г. Тулы (для каждого года).

Для этого сначала вернемся к таблице, нажав [EXIT]. Затем выделим «шапку» столбца List 6, запишем формулу List 3 List 2 · 100 и нажмем [EXE]:



В самом деле, судя по процентам, полученным в шестом столбце таблицы, число оружейников в рассматриваемые годы переписи населения составляло примерно треть населения г. Тулы. Поэтому, естественно, они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу (около 70%) населения города, как указано в цитируемом абзаце. Вот только обратим внимание на некоторое расхождение наших расчетов с указанными в книге. Предложим учащимся вопрос: «Как вы думаете, почему проценты, приведенные в книге, несколько расходятся с вычисленными?»

Скорее всего, в [1] отражены результаты расчетов с округленными данными. Например, при округлении до тыс. человек имеем: если в 1819 г. было 36 тыс. чел. и среди них оружейников 14 тыс. чел, то рассматриваемое отношение равно 0,3(8), т.е. примерно 38,9%, как указано в книге.

4) Построим в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г. Для построения диаграммы по горизонтальной оси расположим 4 столбца в соответствии с названием сословия, а по вертикальной оси — количество человек (в тыс.). Нам понадобятся данные первой строки полученной таблицы, округленные до тысяч:

> оружейники (14142 чел.) ≈ 14 тыс. чел., мещане (14142 чел.) ≈ 14 тыс. чел., купцы (1508 чел.) ≈ 2 тыс. чел., пр. население (6461 чел.) ≈ 6 тыс. чел.

Столбчатая диаграмма показывает наглядное соотношение между данными, ведь каждое значение представлено в виде столбика, высота которого пропорциональна этому значению:



Дополнительно: построив диаграммы для других лет, увидим, что состав населения г. Тулы в XIX веке почти не изменялся; это можно было также заметить при выполнении задания 3, дополнив его вычислением процентного отношения для сословия купцов.

Упражнения

1. Консервная продукция.

В таблице представлены полученные при инвентаризации склада данные о наличии консервной продукции:

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.		
Варенье клубничное	270	375		
Конфитюр абрикосовый	640	324		
Джем яблочный	510	536		
Повидло сливовое	1060	420		
Пюре яблочное	515	268		
Сок яблочный	210	375		

Выполните следующие задания:

1) Проведите пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные (для перевода объема продукции в условные единицы принимается банка массой нетто 400 г).

2) Рассчитайте долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции. Постройте в тетради соответствующую диаграмму.

2. Посещаемость сервера Российской Национальной библиотеки (РНБ). (Источник информации: www.nlr.ru).

Рассмотрите таблицу и постройте диаграмму рассеивания для данных посещаемости сервера Российской Национальной библиотеки в 2006 году (сервер РНБ — специально настроенный компьютер, предназначенный для хранения большого количества информации (электронных вариантов книг)). Сделайте выводы.

Месяц	Количество посещений за месяц	Месяц	Количество посещений за месяц
Январь	106 492	Июль	125 650
Февраль	120 298	Август	104 361
Март	190 767	Сентябрь	145 757
Апрель	162 175	Октябрь	159 950
Май	167 873	Ноябрь	205 088
Июнь	157 514	Декабрь	230 756

Посещаемость сервера РНБ

3. Транспорт.

Рассмотрите таблицу, в которой приведены данные, полученные группой ребят: они зафиксировали количество единиц для отдельного вида транспорта, проходящего мимо их школы за час до занятий в школе (с 7 ч 30 мин до 8 ч 30 мин).

Интопрод		Вид транспорта	
времени	А (автобус)	В (легковой автомобиль)	С (грузовой автомобиль)
730-740	HH	HHH HHH	++++ ++++ ++++
7^{40} 7^{50}	HH	++++ ++++ ++++ 1	++++ ++++ ++++
750-800	HH HH	++++ ++++ ++++ 1111	++++ ++++ ++++
800-810	HH 1111	++++ ++++ ++++ 11	HHT HHT 111
810-820	HH HH I	++++ ++++ ++++	HHT 111
820-830	HH HH II	++++ ++++ ++++ ++++ 1111	HHT 1

Используя данную информацию, выполните следующие задания:

1) Составьте таблицу, показывающую частоту появления каждого из видов транспорта, проходящего мимо школы в выделенные промежутки времени.

2) Для отдельного вида транспорта подсчитайте относительную частоту его прохождения в каждом выделенном промежутке времени. Полученные результаты сведите в составленную в тетради таблицу:

Интервал времени	А	В	С	D (всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
730-740							
740-750							
750-800							
800-810							
810-820							
820-830							

3) Постройте в одной и той же координатной плоскости три графика разброса:

- относительных частот прохождения автобусов;

- относительных частот прохождения легковых автомобилей;

- относительных частот прохождения грузовых автомобилей.

По графикам охарактеризуйте ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

4. Месяц рождения.

Соберите данные о месяце рождения учеников вашего и соседнего классов. Проанализируйте полученные ряды чисел.

Если сбор данных невозможен, то воспользуйтесь следующей подборкой:

K TO OO		Месяц рождения												
Класс	Ι	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Х	XI	XII		
Α	/	/	HH	<i>HH</i> 1	///	/	//	/	/	/	/	///		
Б		///	/			///	—		HH	///	HH	//		

5. Соревнования [2].

Мальчики на соревнованиях прыгали в длину с места и бежали 60 м. Их результаты приведены в таблице:

Пры- жок, см	180	194	190	215	210	170	175	202	205	195	205	200	190	186
Бег, с	10,8	10,2	10,6	9,6	10,2	11,0	11,6	10,4	10,0	11,0	9,8	10,6	10,8	10,7

Постройте диаграмму рассеивания. Можно ли утверждать, что результаты прыжков с места связаны со скоростью бега на 60 м?

6. Баскетбольная команда ЦСКА (2006-2007).

В таблице представлены данные игроков баскетбольной команды ЦСКА. Проследите, есть ли связь между ростом и весом членов команды.

N⁰	№ в команде	Игрок	Амп- луа	Рост, см	Bec, кг	Дата рождения
1	4	Теодорос Папалукас	защ.	200	90	08.05.1977
2	5	Никита Курбанов	нап.	202	105	05.10.1986
3	8	Матьяж Смодиш	нап.	205	112	13.12.1979
4	9	Дэвид Вантерпул	нап.	194	85	31.03.1973
5	10	Джон Роберт Холден	защ.	185	82	10.08.1976
6	11	Захар Пашутин	защ.	196	90	03.05.1974
7	13	Дэвид Андерсен	центр.	212	107	23.06.1980
8	14	Алексей Саврасенко	центр.	215	118	28.02.1979
9	15	Анатолий Каширов	центр.	215	100	19.05.1987
10	17	Оскар Торрес	нап.	196	101	18.12.1976
11	18	Антон Понкрашов	защ.	200	92	23.04.1986
12	20	Андрей Воронцевич	нап.	204	95	17.07.1987
13	21	Траджан Лэнгдон	защ.	192	91	13.05.1976
14	22	Томас Ван Ден Шпигел	центр.	214	110	10.07.1978

1.1.2. Таблица частот. Вычисление среднего арифметического, медианы и моды

Пример 2. Картофель

Лаборант-исследователь взвесил каждую из 30 картофелин одного сорта и записал ее массу с точностью до 10 г. Получился ряд



чисел: 210, 200, 210, 180, 190, 180, 190, 200, 170, 190, 190, 220, 170, 200, 190, 210, 200, 190, 180, 170, 220, 190, 180, 210, 200, 190, 180, 200, 200, 190.

Рассмотрите числовую информацию и выполните следующие задания:

1) Введите данные в калькулятор и с помощью калькулятора:

- а) расположите числа в ряду в порядке возрастания;
- б) определите медиану ряда (запишите ее значение);
- в) дополните таблицу столбцом частот, определите моду ряда.

2) Используя калькулятор, найдите среднюю массу картофелины (среднее арифметическое данных) и сравните ее с модой ряда. Сделайте вывод. Определите, сколько примерно картофелин окажется в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта.

Комментарий к выполнению заданий

1) Войдем в режим STAT и введем данные в калькулятор.



а) Для расположения чисел в порядке возрастания переместимся по меню функциональных клавиш с помощью стрелки [F6], выберем подменю TOOL ([F1]) и в нем нажмем SRT-A ([F1]):



На экране появится сообщение:



Поясним его:

Sort Lists Into Ascending Order — сортировать столбцы в порядке возрастания,

How Many Lists? — сколько столбцов сортировать (в калькуляторе есть возможность сортировки нескольких столбцов, данные которых взаимосвязаны).

Нам надо отсортировать один столбец, поэтому нажмем 1 и [EXE]:



Появится новый запрос:



Поясним его:

Select List — выберите столбец,

List No — введите номер столбца (в таблице этого режима все столбцы могут быть заполнены данными, поэтому следует указать калькулятору, какие данные в данном случае используются для расчетов).

Мы сортируем столбец 1, поэтому нажмем 1 и [EXE] для завершения сортировки:



Теперь в первом столбце числа расположены в порядке возрастания.

б) Учащимся известно, что медианой ряда, состоящего из четного количества чисел, называется среднее арифметическое двух стоящих посередине чисел этого ряда. Просматривая столбец, найдем числа, стоящие на 15 и 16 местах: каждое из них равно 190. Значит, медиана данного числового ряда равна 190.

Покажем, как можно было бы найти значение медианы, воспользовавшись калькулятором. Для определения медианы нажмем [OPTN], чтобы получить доступ к функциям, которые не обозначены на клавиатуре:

	LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4	ī
SUB					
28	510				
29	220				
30	220				
зı					
				•	1
LIS	ST JCPLX	LCALC.	IYP, PR	08. D	•

Нас интересует подменю списочных функций, то есть LIST (нажмем [F1], чтобы войти в него):



Теперь с помощь клавиши [F6] переместимся по этому подменю: найдем и нажмем Med ([F4]). В строке ввода внизу экрана появится надпись Median(:



В качестве аргумента этой функции зададим номер столбца, медиану данных которого хотим определить, то есть List 1. После нажатия [EXE] в ячейке, которая была выделена черным цветом (в нашем случае это ячейка 31 первого столбца), появится вычисленное значение (в нашем случае это 190):



в) Для определения моды ряда сначала выполним подготовительную работу.

Удалим результат предыдущего вычисления из ячейки 31 (выделив ее черным цветом и нажав [DEL]):



Скопируем данные в столбец 2. Для этого выделим «шапку» столбца 2, введем название копируемого столбца (в нашем случае List 1) и нажмем [EXE]:



Теперь подсчитаем «вручную» частоту каждого элемента столбца 2, одновременно записывая полученные значения в столбец 3 и попутно удаляя из столбца 2 повторяющиеся числа. Имеем:



Анализируя столбцы 2 и 3, определим моду (наиболее часто встречающееся в ряду число) — это число 190. Заметим, что в данном случае значения моды и медианы совпадают.

Дополнительно, имея в виду практику отработки навыков действия с калькулятором, можно предложить учащимся проверить правильность заполнения столбцов. С этой целью проверим, совпадает ли сумма чисел столбца 1 с суммой произведений каждого из чисел столбца 2 на соответствующее число столбца 3.

Определим сумму данных столбца 1. Для этого выделим ячейку 1 столбца 4, нажмем [OPTN] и в подменю LIST нажмем Sum ([F1]) — суммирование (в качестве аргумента введем List 1), нажмем [EXE] для получения результата:



Теперь определим сумму данных иначе, используя столбцы 2 и 3. Уже выделена ячейка для занесения результата расчета — это ячейка 2 столбца 4. В подменю LIST нажмем Sum, в качестве аргумента введем List 2 · List 3, то есть будет проводиться суммирование произведений данных, содержащихся в ячейках с одинаковыми номерами столбцов 2 и 3:



Внимание! Произведение List 2 × List 3 должно быть заключено в скобки, чтобы калькулятор мог правильно определить порядок действий. Если скобки не ввести, то появится сообщение об ошибке:



Надо нажать [EXIT], как указано в сообщении (Press: [EXIT] — нажмите [EXIT]), и исправить выражение, добавив скобки (перемещение курсора по формуле осуществляется клавишей [REPLAY]).

Вывод: Результаты суммирования совпадают, значит данные были преобразованы корректно.

2) Для определения средней массы картофелины (среднее арифметическое данных) воспользуемся одним из рассмотренных выше способов получения суммы данных и результат суммирования разделим на 30. Получим: 5800 ÷ 30 = 193,(3). Очевидно, что результат надо округлить до десятков по правилам вычисления с приближенными исходными данными. Получим: средняя масса картофелины примерно равна 190 г.

Но можно воспользоваться другим приемом работы с калькулятором, который не требует предварительного суммирования данных. Результат определения средней массы картофелины поместим в ячейку 3 столбца 4, которая уже выделена. Для вычисления в подменю LIST «переместим-ся» по стрелке:



и нажмем Mean — среднее значение, в качестве аргумента введем List 1, то есть среднее значение будет рассчитано для данных столбца 1:



Понятно, что результат надо округлить до десятков: 193,33... ≈ 190.

Мы уже знаем, что мода ряда данных равна 190 г, т.е. среднее значение и мода ряда данных совпадают с точностью до 10 г.

Определим, сколько примерно картофелин окажется в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта. Разделив 50000 на 190, получим 263,15... Значит можно предположить, что в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта окажется примерно 260 штук. 1. Подтягивание на перекладине.

Старшеклассникам было предложено выполнить упражнение по подтягиванию на перекладине для оценки их силовой подготовки по следующим нормативам: отл. — 11 раз, хор. — 9 раз, удовл. — 7 раз.

Для 40 ребят в результате выполнения упражнения получен ряд: 10, 8, 9, 9, 8, 10, 11, 13, 9, 9, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 10, 9, 8, 11, 10, 11, 12, 8, 12, 11, 8, 12, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 6, 9, 9.

Составьте таблицу частот. По таблице ответьте на следующие вопросы:

1) Сколько ребят подтянулись 9 раз? менее 9 раз?

2) Сколько ребят показали отличную подготовку при выполнении данного упражнения?

3) Какой свой вопрос вы можете задать?

2. Рекорд.

Фирма «Заря» установила рекорд по количеству яиц, получаемых ежемесячно. Для одного месяца из 30 дней зафиксировано следующее количество отложенных яиц:

> 120 133 134 123 121 127 121 134 127 118 128 127 120 119 119 151 142 141 133 117 124 121 133 119 127 119 127 133 132 142

1) Постройте таблицу частот для этих данных.

2) Вычислите среднее арифметическое число яиц, откладываемых ежедневно в данном месяце. Сравните его с модой ряда данных.

3. Яблоки.

Лаборант-исследователь определял объем яблок. Для этого он измерил диаметр каждого из 100 яблок, записал его с точностью до 1 см и построил таблицу частот:

Диаметр, см	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Частота повторений	3	3	7	15	12	15	18	10	11	4	2

1) Определите моду ряда данных.

2) Вычислите средний диаметр измеренных яблок; используя результат, подсчитайте примерный объем «среднего» яблока, считая его форму шаром.

4. Игрушки.

Для подшефного детского сада школьники решили собрать к празднику елочные игрушки. В школе 28 классов. Семиклассники Коля, Саша и Миша вели учет собранных игрушек. Коля:

1A	1Б	1B	2A	2Б	2B	3A	3Б	3B
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++
	++++	////			//////	///		

Саша:

4A	4Б	4B	5A	5Б	5B	6A	6Б	6B
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++1	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 111	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++

Миша:

27A	7Б	8A	8Б	9A	9Б	10A	10Б	11A	11Б
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 111	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Данные о сборе елочных игрушек каждым из классов представьте в виде числового ряда и выполните следующие задания:

1) Введите данные в калькулятор и с помощью калькулятора:

а) расположите числа в ряду в порядке возрастания;

б) определите медиану ряда (запишите ее значение);

в) дополните таблицу столбцом частот, определите моду ряда.

2) Найдите среднее арифметическое данных и сравните его с модой ряда.

5. Демографическая ситуация в Москве в начале XVIII века.

Ознакомьтесь с информацией из ведомостей о числе родившихся в Москве в 1703 году.

Мооди	Родилось	младенцев	Родилось младен		младенцев
месяц	Мальчиков	Девочек	месяц	Мальчиков	Девочек
Январь	693	592	Июль	541	509
Февраль	522	544	Август	468	447
Март	571	460	Сентябрь	442	373
Апрель	500	453	Октябрь	572	510
Май	489	415	Ноябрь	319	279
Июнь	530	470	Декабрь	322	315

Определите среднюю рождаемость мальчиков и девочек в 1703 году. Сравните с медианой.

1.1.3. Интервальный ряд, построение гистограммы

Пример 3. Вызовы лифта [3]

В небоскребе 90 этажей. За день лифт вызывали на каждый этаж несколько раз. К вечеру получилось, что число вызовов составляет (в порядке возрастания порядкового номера этажа) сле-

дующий ряд: 29, 9, 27, 11, 18, 6, 20, 21, 7, 12, 25, 28, 22, 21, 19, 23, 15, 24, 13, 19, 17, 26, 17, 24, 8, 10, 13, 16, 27, 15, 14, 27, 11, 20, 9, 15, 6, 17, 22, 23, 12, 19, 7, 16, 24, 12, 5, 14, 26, 5, 10, 21, 17, 8, 25, 18, 29, 21, 17, 15, 28, 12, 26, 22, 10, 26, 11, 18, 16, 22, 29, 13, 6, 20, 7, 19, 23, 28, 13, 5, 20, 14, 7, 15, 16, 19, 8, 22, 18, 14 (т.е. на первый этаж лифт вызывали 29 раз, на второй – 9 раз, на третий – 27 раз и т.д.).



Выполните следующие задания:

1) Определите размах ряда и выберите наиболее удобную, с вашей точки зрения, длину промежутка для построения интервального ряда.

2) Составьте таблицу и постройте гистограмму.

Комментарий к выполнению заданий

1) Введем данные в калькулятор (столбец 1) и упорядочим их по возрастанию (столбец 2). Рассматривая второй столбец, получим: минимальное число вызовов лифта равно 5, максимальное 29 и размах ряда равен 24.



«Пролистывая» первый столбец, можно отметить, что максимальное число вызовов лифта приходится на 1-й, 57-й и 71-й этажи.

Чтобы интервальный ряд не был слишком длинным, его разбивают на 5–10 интервалов. Если мы хотим наш интервальный ряд разбить на 5 интервалов, то длину интервала примем равной 5. Имеем интервальный ряд: 5-9, 10-14, 15-19, 20-24, 25-29.

2) Построим в калькуляторе гистограмму.

Для этого сначала выйдем из подменю сортировки TOOL, нажав [EXIT] (отметим, что с помощью клавиши [EXIT] осуществляется выход из текущего подменю операций или возврат к окну с данными), а затем нажмем клавишу, соответствующую GRPH ([F1]) для входа в режим построения графиков. Затем нажмем SET ([F6]) для входа в режим настроек параметров статистических графиков. Нажмем GPH1 ([F1]) и, выделив строку Graph Type, «уйдем» по стрелке вправо. Нажмем Hist ([F1]) (слово гистограмма происходит от греческих слов histos – столб и gramma – запись, т. е. столбчатая диаграмма) и затем [EXE].



Теперь, нажав GPH1 ([F1]), войдем в окно задания параметров для построения гистограммы.



Видим, что в окне уже автоматически предложены параметры построения, но нам нужны другие, соответствующие нашему интервальному ряду. Изменим их: начало (Start) – 5 и шаг (Width) – 5. Число в первой строке нас устраивает, поэтому переместим выделение на строку Width, наберем 5 и нажмем [EXE] для сохранения изменения.

su Histogram Setting	卍
s Start:5 s Width:5	
s Draw:[EXE]	
IGPH1 IGPH2 IGPH3 SEL	ET.

Далее нажмем [EXE], как указано в сообщении, то есть дадим калькулятору команду построить график (Draw). На экране калькулятора получим графическое изображение интервального ряда. Буквами х и f в нижней строке экрана обозначены левая граница интервала и частота события «попасть в данный интервал», а курсором в виде символа «+» отмечен рассматриваемый интервал (чтобы вывести курсор на экран, нажмем [SHIFT] и [F1] (Trace), перемещаем курсор по графику клавишей [◀ REPLAY ▶]):



Ту же гистограмму можно построить в тетради, сняв показания с экрана калькулятора для составления таблицы частот события «число вызовов попало в данный интервал»:

Интервал	5-9	10-14	15-19	20 - 24	25-29
Частота	15	18	23	19	15

Продолжим изучение числового ряда. Найдем среднее арифметическое членов исходного ряда. Для этого возьмем середину каждого интервала и соответствующую этому интервалу частоту:

Середина интервала	7	12	17	22	27
Частота	15	18	23	19	15

Для полученного упрощенного ряда найдем среднее арифметическое:

$$\frac{7\cdot 15 + 12\cdot 18 + 17\cdot 23 + 22\cdot 19 + 27\cdot 15}{90} = 17,0555\dots$$

Изменение интервала позволяет уточнять анализируемую информацию. Посмотрим, например, как распределяются данные относительно их среднего арифметического. Для этого построим гистограмму для двух интервальных рядов, первый из которых 1–17:



Частоты почти совпадают, и можно предположить, что значение среднего арифметического совпадает со значением медианы. Действительно, «пролистывая» столбец 2, видим, что 45-й и 46-й члены ряда, состоящего из 90 членов, соответственно, равны 17. 1. Почтовая корреспонденция.

На улице Строителей построен новый дом, в котором 5 подъездов и в каждом по 10 квартир. Покажите с помощью гистограммы распределение почтовой корреспонденции (60 открыток и писем) в предпраздничный день по подъездам этого дома с учетом номера квартиры, указанного на корреспонденции: 41, 2, 12, 43, 4, 13, 21, 5, 28, 17, 18, 24, 50, 9, 30, 27, 19, 20, 1, 13, 46, 32, 18, 26, 35, 19, 17, 10, 16, 23, 49, 11, 14, 22, 14, 20, 29, 7, 34, 16, 42, 8, 15, 25, 20, 1, 44, 3, 5, 22, 6, 33, 25, 39, 48, 45, 24, 36, 37, 41.

2. Набор текста.

При наборе контрольного текста учащимися компьютерных курсов получены следующие затраты времени (в мин):

16 18 21 15 11 19 22 16 17 27 19 16 18 12 15 20 17 23 10 19 20 21 17 24 19 26

1) Определите:

- минимальное и максимальное время, затраченное при наборе контрольного текста;
- в какой промежуток времени укладывается не менее половины числа учащихся контролируемой группы;

- среднее время, затрачиваемое на набор контрольного текста.

2) Установите, какие затраты времени характерны для большей части учащихся при наборе контрольного текста.

3. Удары пульса.

У 60 подростков до выполнения физических упражнений был измерен пульс (число ударов пульса в минуту), и полученные данные сведены в таблицу:

73 70 75 73 89 72 70 66 74 81 70 74 53 57 62 58 92 74 67 62 64 91 73 68 65 80 78 67 75 80 84 61 72 72 69 70 76 56 86 63 76 74 65 84 79 70 76 72 68 65 82 79 71 86 77 69 72 56 80 62

Для выявления характерных черт данного числового ряда воспользуйтесь возможностью построения гистограммы (графического изображения его интервального ряда):

1) Постройте гистограмму для интервального ряда данных с интервалами длиной, равной 10.

2) Постройте гистограмму для интервального ряда данных с интервалами длиной, равной 4.

4. Урожайность картофеля.

В таблице приведены данные о средней урожайности картофеля (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	24,2	11	24,3
2	20,7	12	19,8
3	10,2	13	13,7
4	18,6	14	15,2
5	19,9	15	28,2
6	15,6	16	29,7
7	18,8	17	15,9
8	28,3	18	18,4
9	15,6	19	27,4
10	29,7	20	15,2

По данным представленной совокупности выполните следующие задания:

1) Определите среднюю урожайность картофеля по району и сравните ее с серединным показателем.

2) Постройте интервальный ряд распределения данных, образовав пять групп с удобными интервалами по показателям.

5. Урожайность сахарной свеклы.

В таблице приведены данные по средней урожайности сахарной свеклы (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	236	11	264
2	185	12	176
3	258	13	315
4	160	14	194
5	330	15	218
6	188	16	264
7	196	17	286
8	214	18	306
9	300	19	302
10	280	20	188

По данным представленной совокупности:

1) Определите среднюю урожайность сахарной свеклы по району и сравните ее с серединным показателем.

2) Постройте интервальный ряд распределения данных, образовав пять групп с равными интервалами по показателям.

1.1.4. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение

Пример 4. Розетки с разным напряжением

В кабинете физики установлены розетки с разным номинальным напряжением: 220 В — для учителя и 36 В — для учеников. Из них выбрали по одной розетке и в каждой замеряли напряжение (U, B) в течение часа (с интервалом 5 мин).



Получили следующие данные:

U ₁ , B	220	217	225	221	224	214	218	220	221	219	220	218
U ₂ , B	36	35	34	36	36	37	37	34	35	36	37	36

Определите, в какой розетке напряжение более стабильное.

Комментарий к выполнению задания

Введем в первый столбец данные измерения напряжения в первой розетке.

Сначала определим среднее значение напряжения в первой розетке.

Для этого напомним прием работы с калькулятором, который не требует предварительного суммирования данных. Нажмем [OPTN], чтобы получить доступ к функциям, которые не обозначены на клавиатуре. Нас интересует подменю списочных функций, то есть LIST ([F1]). Для вычисления в подменю LIST «переместимся» по стрелке и нажмем Mean среднее значение, в качестве аргумента введем List 1, то есть среднее значение будет рассчитано для данных столбца 1:



Для оценки меры рассеивания сначала рассматривают квадраты отклонений значений от среднего. Затем находят среднее арифметическое этих квадратов и получившееся значение называют *ducnepcueй* (от латинского слова *dispersion*, означающего «рассеяние»). Однако дисперсия выражается в квадратных единицах измерения данных, и чтобы устранить этот недостаток, в качестве меры рассеивания ряда данных принято рассматривать квадратный корень из дисперсии, который называют средним квадратичным отклонением и обозначают греческой буквой о.

В столбце 3 определим отклонения данных от среднего значения:



Можно проверить тот факт, что сумма отклонений равняется нулю.



В столбце 4 определим квадраты отклонений:

r.	_					_	_	_				
		LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt	4			LiSt I	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4
	SUB							SUB				
	1	550	219.75	0.25		0		1	550	219.75	0.25	0.0629
	5	217		- 2. 15				2	217		- 2. 15	7.5629
	Э	225		5.25				E	225		5.25	27.568
	4	221		1.25				4	221		1.25	1.5629
	Li	st 3ª									. 0	.062
								Sυ	IM Proc	i Cum1	% 6	a D

Теперь найдем сумму квадратов отклонений:

					-					
	LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4			LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4
SUB						SUB				
1	550	219.75	0.25	0.0625		1	550	219.75	0.25	0.0625
5	217		- 2. 75	7.5625		2	217	96.25	-2.75	7.5625
в	225		5.25	27.562		3	225		5.25	27.562
_ 4	551		1.25	1.5625		4	551		1.25	1.5625
Su	m Lis	st 41					_			
					1	ISU	IM IProc	llCum1	X I 4	

Вычислим дисперсию:

	LiSt 1	List a	LiSt B	LiSt 4	7		LiSt I	List a	LiSt B	LiSt 4
SUB					11	SUB				
1	550	219.75	0.25	0.0625		1	550	219.75	0.25	0.0625
5	217	96.25	- 2. 15	7.5625		2	217	96.25	- 2. 75	7.5625
в	225		5.25	27.562		Ш В	225	8.0208	5.25	27.562
4	155		1.25	1.5625		4	221		1.25	1.5625
96	.25÷1	.2								
						Sυ	m Proc	l Cum1	7. 6	

Среднее квадратичное отклонение можно вычислить двумя способами.

В нашем случае целесообразно найти корень квадратный из округленного до целого числа значения, то есть из восьми (функция квадратного корня активируется последовательным нажатием клавиш [SHIFT] и $[x^2]$):

SUB	LiSt I	List 2	LiSt B	LiSt 4]	SUB	LiSt I	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4
1 2 3 4	220 217 225 221	219.75 96.25 8.0208	0.25 -2.15 5.25 1.25	0.0625 1.5625 21.562 1.5625		2 3 4 5	217 225 221 224	96.25 8.0208 2.8284	- 2. 75 5. 25 1. 25 4. 25	7.5625 27.562 1.5625 18.062
18						Su	I m IProd	ilCum1	7. 14	

Но если число большое или его нельзя округлять при подстановке в последующие расчеты, то в формулу можно записать номер ячейки, содержащей необходимое значение. Для этого нужно задать номер столбца и в квадратных скобках — номер нужной ячейки (квадратные скобки обозначены желтым цветом на клавишах [+] и [-]):



Имеем $\sigma_1 \approx 3$ В.

Введем данные для второй розетки в пятый столбец и рассчитаем среднее квадратичное отклонение, сразу составив конечную формулу $\sqrt{($ Sum (List 5-Mean(List 5))²÷12):



 $\sigma_2 \approx 1$ B.

Таким образом, разброс данных замера напряжения для первой розетки больше, чем для второй. Это значит, что во второй розетке напряжение более стабильное.

Упражнения

1. Длина кирпича [3].

На стройку с кирпичного завода привезли 20 упаковок кирпича. Чтобы проверить качество партии, из каждой упаковки вытащили случайным образом по кирпичу и замерили длину каждого. Ниже представлены полученные величины (в см):

20,5	20,1	21,3	20,3	19,8	19,2	20,1	19,6	20,2	20,0
20,5	19,7	19,9	20,5	19,6	20,1	19,4	19,8	19,1	20,3

Определите среднюю длину кирпича.

Найдите величину среднего квадратичного отклонения длины кирпича от средней.

Каков процент кирпичей, длина которых отличается от средней больше чем на 0,2 см? больше чем на величину среднего квадратичного отклонения?

2. Выпечка пирогов.

Выпечка пирогов проводится в двух духовках при разной температуре в зависимости от вида теста. В первой духовке выставлена температура 260 °C, а во второй — 180 °C. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

T ₁ , °C	260	265	257	258	262	255	267	260	255	254	264	263	258	266	252
T ₂ , °C	180	180	181	179	180	183	181	178	179	177	180	180	181	180	179

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

3. Климат [2].

Континентальный климат отличается от умеренного более резкими изменениями температуры в течение года. В районах с континентальным климатом жаркое лето и очень холодная зима. С помощью среднего квадратичного отклонения различия между двумя видами климата можно выразить количественно.

Сравним для примера изменение температур в течение года в Москве, где климат умеренный, с изменением температур в Хабаровске, где климат континентальный (в таблице приведены средние месячные температуры за 80 лет в Москве и Хабаровске).

	-			• •	
Месяц	Москва	Хабаровск	Месяц	Москва	Хабаровск
1	-9,3	-22,3	7	18,4	21,1
2	-8,6	-17,2	8	16,6	20,0
3	-3,4	-8,5	9	10,9	13,9
4	5,1	3,1	10	4,4	4,7
5	12,4	11,1	11	-2,0	-8,1
6	16,7	17,4	12	-6,8	-18,5

Средние месячные температуры, °С.

1.2. АНАЛИЗ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ГРАФИЧЕСКОГО КАЛЬКУЛЯТОРА

1.2.1. Статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, мода

Пример 5. Хоровая студия

Данные о возрастном составе участников хоровой студии представлены в виде числового ряда: 12, 10, 11, 10, 16, 8, 17, 12, 10, 13, 9, 14, 7, 10, 6, 8, 12, 13, 9, 10, 12, 13, 14, 10, 15, 12, 11, 12, 10, 9, 14,

11, 12, 16, 12, 15, 13, 10, 9, 11.



1) Найдите среднее арифметическое, медиану и моду данного ряда.

2) Постройте гистограмму данных, выделив интервалы: 6-9, 10-13, 14-17.

Комментарий к выполнению заданий

1) В режиме STAT введем данные в калькулятор:



Так как учащиеся уже знают и усвоили алгоритм нахождения среднего арифметического, моды и медианы, покажем им возможность получения этих величин нажатием фактически одной клавиши.

Войдем в подменю CALC ([F2]) и активируем функцию 1VAR ([F1]) — выполнение статистических расчетов для данных одной переменной:



Перемещение по этому окну осуществляется клавишей [**V** REPLAY **]**:



Калькулятор проводит все возможные статистические вычисления (с некоторыми ученики еще не знакомы). Нам же нужно выбрать только те величины, определение которых требуется в задаче.

Среднее арифметическое $(\overline{x}) - 11,45$. Медиана (Med) - 11,5. Мода (Mod) - 10 и 12 (поясним две строки: Mod:n=2 - это количество мод в данном ряду; Mod:F=8 - это частота повторения моды).

Таким образом, всего в хоровой студии 40 участников, их средний возраст — около 11—12 лет, участие в студии особенно привлекает 10—12-летних ребят.

2) Построим гистограмму данных, выделив интервалы: 6-9, 10-13, 14-17.

Для построения гистограммы вернемся в таблицу, нажав [EXIT] два раза, чтобы выйти в основное меню функциональных клавиш, и войдем в подменю построения графиков GRPH ([F1]):



В окне параметров графиков SET ([F6]) для графика StatGraph1 зададим тип построения графика Hist ([F1]) — гистограмма:



Вернемся в таблицу и построим гистограмму GPH1 ([F1]) с шагом 4:



Таким образом, имеем распределение участников хора по возрастным группам: от 6 до 9 лет — 8 ребят, от 10 до 13 лет — 24, от 14 до 17 — 8. Эти данные помогут, например, в составлении расписания занятий в хоровой студии. Кроме того, видно, что основной состав хоровой студии (24 участника из 40) — это 10—13летние ребята, что должно отразиться на подборе соответствующего репертуара для хорового пения.

Упражнения

1. Рост гимнастов.

Данные о росте (в см) участников соревнований по спортивной гимнастике сведены в числовой ряд: 170, 172, 169, 168, 175, 178, 172, 175, 168, 174, 175, 173, 169, 173, 170, 168, 175, 173, 167, 168, 174, 171, 175, 172, 174, 173, 170, 169, 176, 175.

1) Найдите среднее арифметическое, медиану и моду данного ряда.

2) Постройте гистограмму данных, выделив интервалы: 167—169, 170—172, 173—175.

2. Почтовая корреспонденция.

На улице Строителей построен новый дом, в котором 5 подъездов и в каждом по 10 квартир. Распределение почтовой корреспонденции (открыток и писем) в предпраздничный день по подъездам этого дома с учетом номера квартиры представлено в виде ряда: 41, 2, 12, 43, 4, 13, 21, 5, 28, 17, 18, 24, 15, 9, 30, 27, 19, 20, 1, 13, 46, 32, 18, 26, 35, 19, 17, 10, 16, 23, 49, 11, 14, 22, 14, 20, 29, 7, 34, 16, 42, 8, 15, 25, 20, 1, 44, 3, 5, 22, 6, 33, 25, 39, 48, 45, 24, 36, 37, 41. Найдите среднее арифметическое, медиану и моду данного ряда. Слелайте выволы.

1.2.2. Меры рассеивания данных: дисперсия и среднее квадратичное отклонение

Пример 6. Духовки

Выпечка пирогов проводится в двух духовках при разной тем-



пературе в зависимости от вида теста. В первой духовке выставлена температура 260 °С, а во второй — 180 °С. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

T ₁ , °C	260	265	257	258	262	255	267	260	255	254	264	263	258	266	252
T ₂ , °C	180	180	181	179	180	183	181	178	179	177	180	180	181	180	179

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

Комментарий к выполнению задания

Введем данные в калькулятор:



Обратите внимание на то, что мы убрали строку SUB. Формат отображения этой строки задается в строке Sub Name окна задания параметров калькулятора SET UP ([SHIFT], [MENU]). При выборе On ([F1]) таблица содержит строку SUB, при выборе OFF ([F2]) — не содержит.



Так как учащиеся уже знают и усвоили алгоритм нахождения дисперсии и стандартного отклонения, покажем им возможность получения этих величин нажатием одной клавиши.

Войдем в подменю CALC ([F2]) и активируем функцию 1VAR ([F1]) — выполнение статистических расчетов для данных одной переменной.



Мы получили расчет для данных столбца 1. Величина стандартного отклонения в этом окне обозначена как $x\sigma_n$ — это среднее квадратичное отклонение (дисперсию калькулятор не вычисляет).

Имеем: среднее квадратичное отклонение для первой духовки примерно равно 4,5 В.

Чтобы провести расчет для столбца 2, нужно вернуться в подменю CALC ([EXIT]), нажать [F6] для входа в подменю выбора параметров статистических расчетов SET, и заменить в первой строке номер столбца, являющегося аргументом, на 2.



В этом подменю в первых двух строках определяются исходные данные для статистических расчетов одной переменной: в строке 1Var XList задается номер столбца с данными, в строке 1Var Freq задается частота повторения данных (по умолчанию частота равна 1, а при наличии столбца с частотой данных здесь задается его номер).

Вернемся к таблице ([EXE] или [EXIT]) и проведем расчет для второго столбца: IVAR ([F1]):

zón =1.35973853 zón-i =1.4074631 n =15 ↓
--

Имеем: среднее квадратичное отклонение для второй духовки примерно равно 1,4 В.
Сравниваем средние квадратичные отклонения (4,5 В и 1,4 В) и делаем вывод: вторая духовка прогрета более равномерно.

Упражнения

1. Выпечка пирожков.

Выпечка пирожков проводится в двух духовках при температуре 260 °С. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

T ₁ , °C	260	264	258	258	262	257	263	260	255	259	264	263	258	261	259
T ₂ , °C	267	265	265	260	260	260	255	250	255	260	265	266	253	253	255

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

2. Розетки одного напряжения.

В кабинете физики установлены розетки с номинальным напряжением 220 В. Из них выбрали две розетки, в которых в течение суток с интервалом 5 мин замеряли напряжение. Получили следующие данные:

U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
220	68	220	242
217	23	219	27
225	31	221	8
221	51	180	1
224	17		
214	20		
218	46		
219	32		

Определите размах, среднее напряжение и среднее квадратичное отклонение. Проанализируйте полученные результаты.

КОММЕНТАРИЙ К УПРАЖНЕНИЯМ, ВЫПОЛНЕННЫМ С ГРАФИЧЕСКИМ КАЛЬКУЛЯТОРОМ

К пункту 1.1.1. Ряд наблюдений. Табличное и графическое представление результатов наблюдений

1. Консервная продукция.

В таблице представлены полученные при инвентаризации склада данные о наличии консервной продукции:

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.
Варенье клубничное	270	375
Конфитюр абрикосовый	640	324
Джем яблочный	510	536
Повидло сливовое	1060	420
Пюре яблочное	515	268
Сок яблочный	210	375

Выполните следующие задания:

1) Проведите пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные (для перевода объема продукции в условные единицы принимается банка массой нетто 400 г).

2) Рассчитайте долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции. Постройте в тетради соответствующую диаграмму.

Решение

1) Войдем в режим STAT и введем исходные данные:

RUN MATSTAT GACT IS SHT	SUB	LiSt I	List 2	LiSt B	LiSt 4	SUB	LiSt I	List 2	List B	List 4	4
	1	270 640	375 324			45	1060	420 268			1
	3	510 1060	536 420			6 1	210	375			
⊕eª≚ö'e∭e¥\$ ^{ff} e↓	GR	H. CALC	ITEST IT	NTRADI	4 <u>∠0</u> 370 ⊡ D	63	PHJCALC	ITEST IT	NTR.DI	ST D	-

Проведем пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные по формуле:

List 1 · List 2 400.

Результат занесем в столбец 3:



2) Рассчитаем долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции.

Для этого сначала определим сумму данных столбца 3. Выделим ячейку 1 столбца 4. Нажмем [OPTN] для входа в меню функций, не обозначенных на клавиатуре. Нажмем [F1] для входа в подменю функций обработки списков LIST; в нем, нажимая клавишу [F6], найдем функцию Sum — суммирование. Активируем ее, нажав [F1]. В качестве аргумента введем List 3 и нажмем [EXE] для получения суммы:



Рассчитаем долю (в %) каждого вида консервной продукции по формуле:

List 3 3110 · 100.

Результат занесем в столбец 5:



Теперь можно построить в тетради диаграмму распределения (в %) продукции по видам:

№ п/п	Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.	Примерная доля, %
1	Варенье клубничное	270	375	8
2	Конфитюр абрикосовый	640	324	17
3	Джем яблочный	510	536	22
4	Повидло сливовое	1060	420	36
5	Пюре яблочное	515	268	11
6	Сок яблочный	210	375	6

Имеем:



2. Посещаемость сервера Российской Национальной библиотеки (РНБ). (Источник информации: www.nlr.ru).

Рассмотрите таблицу и постройте диаграмму рассеивания для данных посещаемости сервера Российской Национальной библиотеки в 2006 году (сервер РНБ — специально настроенный компьютер, предназначенный для хранения большого количества информации (электронных вариантов книг)). Сделайте выводы.

Месяц	Количество посещений за месяц	Месяц	Количество посещений за месяц
Январь	106 492	Июль	125 650
Февраль	120 298	Август	104 361
Март	190 767	Сентябрь	145 757
Апрель	162 175	Октябрь	159 950
Май	167 873	Ноябрь	205 088
Июнь	157 514	Декабрь	230 756

Посещаемость сервера РНБ

Решение

Введем данные в калькулятор.



Понаблюдаем за посещаемостью сервера в течение года. По графику видно, что в январе (много выходных дней в связи с праздниками) и в июле-августе (каникулы в вузах) количество посещений минимально. Наибольшая посещаемость отмечена в ноябредекабре (примерно 200 тыс. посещений). Заметим, что в апрелеиюне и сентябре-октябре сервер посещают примерно по 160 тыс. пользователей.

Можно построить в графическом окне линию, отображающую это число. Для этого заполним 12 ячеек столбца 3 числом 160 000, введем параметры второго графика, как указано ниже, и зададим одновременное построение двух графиков.



3. Транспорт.

Рассмотрите таблицу, в которой приведены данные, полученные группой ребят: они зафиксировали количество единиц для отдельного вида транспорта, проходящего мимо их школы за час до занятий в школе (с 7 ч 30 мин до 8 ч 30 мин).

Uumannan		Вид транспорта	
времени	А (автобус)	В (легковой автомобиль)	С (грузовой автомобиль)
730-740	HH 111	HHH HHH	++++ ++++ ++++
740-750	HH 111	++++ ++++ ++++ 1	++++ ++++ ++++
750-800	HH HH	++++ ++++ ++++ 1111	++++ ++++ ++++
800-810	HH 1111	++++ ++++ ++++ 11	++++ ++++
810-820	HH HH I	++++ ++++ ++++	HHT 111
820-830	HH HH 11	++++ ++++ ++++ ++++ 1111	<i>HH I</i>

Используя данную информацию, выполните следующие задания:

1) Составьте таблицу, показывающую частоту появления каждого из видов транспорта, проходящего мимо школы в выделенные промежутки времени.

2) Для отдельного вида транспорта подсчитайте относительную частоту его прохождения в каждом выделенном промежутке времени. Полученные результаты сведите в составленную в тетради таблицу:

Интервал времени	А	В	С	D (всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
730-740							
740-750							
750-800							
800-810							
810-820							
820-830							

3) Постройте в одной и той же координатной плоскости три графика разброса:

- относительных частот прохождения автобусов;

- относительных частот прохождения легковых автомобилей;

 относительных частот прохождения грузовых автомобилей.
По графикам охарактеризуйте ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

Решение

1) Для анализа войдем в режим STAT.



В ячейки столбцов данных можно вводить только числа или формулы, использующие числовую информацию (за исключением строки SUB), поэтому необходимо ввести цифровое обозначение данных столбца «Интервал времени». Обозначим интервалы времени числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 и введем их в столбец 1 таблицы калькулятора:

1 — интервал 7³⁰—7⁴⁰; 2 — интервал 7⁴⁰—7⁵⁰; 3 — интервал 7⁵⁰—8⁰⁰; 4 — интервал 8⁰⁰—8¹⁰; 5 — интервал 8¹⁰—8²⁰; 6 — интервал 8²⁰—8³⁰.

В столбец 2 введем частоту появления автобусов и обозначим его «А». В столбец 3 введем частоту появления легковых автомобилей и обозначим его «В».

В столбец 4 введем частоту появления грузовых автомобилей и обозначим его «С».

Имеем:



2) Для подсчета относительной частоты прохождения какоголибо из видов транспорта в каждом из интервалов времени сначала подсчитаем общую частоту прохождения всех трех видов транспорта в данном интервале времени (запишем результат в столбец 5).

Выделим «Шапку» столбца 5 и запишем формулу:

(калькулятор будет суммировать данные ячеек с одинаковыми порядковыми номерами), нажмем [EXE] для выполнения расчетов:



Теперь по похожей схеме проведем расчет относительных частот.

В столбец 6 введем частоту (в %) появления автобусов (обозначим его «A1»). Формула для расчета:

List 2 List 5 · 100.

В столбец 7 введем частоту (в %) появления легковых автомобилей (обозначим его «В1»). Формула для расчета:

List 3 List 5 · 100.

В столбец 8 введем частоту (в %) появления грузовых автомобилей (обозначим его «C1»). Формула для расчета:

List 4 List 5 · 100.

Имеем:



В тетради продолжим заполнение таблицы (число процентов округлим «в уме» до единиц и проверим: сумма процентов в каждой строке таблицы должна быть равна 100):

Интервалвремени	А	В	С	D(всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
7 ³⁰ —7 ⁴⁰	8	10	17	35	22	29	49
740-750	8	16	15	39	21	41	38
750-800	10	19	17	46	22	41	37
800-810	9	22	13	44	20	50	30
810-820	11	23	8	42	26	55	19
820-830	12	29	6	47	25	62	13

3) Построим в одной и той же координатной плоскости три графика разброса:

GPH1 — график относительных частот прохождения автобусов; GPH2 — график относительных частот прохождения легковых автомобилей;

GPH3 — график относительных частот прохождения грузовых автомобилей.

В окне настроек параметров в строке Graph Туре (тип графика) выберем построение непрерывной линии *xy*Line: [F2] (*xy*).



Вернемся в таблицу ([EXE]), в окне выбора графиков для одновременного построения (SEL — [F4]) отметим построение трех графиков и нажмем [DRAW] для перехода в графический экран:



Предложим учащимся по графикам охарактеризовать ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

Приведем пример рассуждения: «Нижний график показывает относительно равномерную частоту прохождения автобусов в каждый промежуток времени (при сравнении с прохождением других видов транспорта). В промежуток времени с 7⁴⁰ до 7⁵⁰ прошло почти одинаковое число легковых и грузовых автомобилей, но чуть позже число грузовиков уменьшилось и стало даже меньше числа автобусов, а число легковых автомобилей увеличилось».

Подключая к рассуждениям таблицу, заметим, что ситуация на дороге за час до занятий в школе довольно напряженная: за 10 минут в среднем проходит 42 единицы транспорта (при разбросе данных от 35 до 49 единиц транспорта).

4. Месяц рождения.

Соберите данные о месяце рождения учеников вашего и соседнего классов. Проанализируйте полученные ряды чисел.

Если сбор данных невозможен, то воспользуйтесь следующей подборкой:

V TO OO					Me	сяц ро	ждени	ИЯ				
Класс	Ι	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Х	XI	XII
Α	/	/	HH	<i>HH</i> 1		/		/		/		///
Б		///	/		//	///	_	//	HH	///	HH	//

Решение

Введем данные в калькулятор (столбец 1 — номер месяца, столбец 2 — данные для класса А, столбец 3 — данные для класса Б) и построим графики разброса данных:





- дни рождения чаще приходятся на весенние месяцы.



- В классе Б в марте один день рождения, в июле нет дней рождения, в остальные месяцы по крайней мере у двух учеников есть день рождения;
- дни рождения чаще приходятся на осенние месяцы.

5. Соревнования [2].

Мальчики на соревнованиях прыгали в длину с места и бежали 60 м. Их результаты приведены в таблице:

Пры- жок, см	180	194	190	215	210	170	175	202	205	195	205	200	190	186
Бег, с	10,8	10,2	10,6	9,6	10,2	11,0	11,6	10,4	10,0	11,0	9,8	10,6	10,8	10,7

Постройте диаграмму рассеивания. Можно ли утверждать, что результаты прыжков с места связаны со скоростью бега на 60 м?

Решение

Обратимся к режиму STAT графического калькулятора. Введем данные в таблицу, записывая в первый столбец результаты забега, а во второй — результаты прыжков. Построим точечный график, откладывая по горизонтальной оси время забега на данную дистанцию, а по вертикальной — длину прыжка.

На рис. 1-3 проиллюстрированы показания для первого по списку мальчика, а также для второго и пятого мальчиков, которые прибежали к финишу одновременно (через 10,2 с):



Для отображения курсора (в виде крестика) и координат точек на экране нажмем [SHIFT] и [F1] (Trace). Перемещение курсора по точкам графика осуществляется клавишей [◀ REPLAY ▶].

Рассматривая показания на экране калькулятора, можно заметить, что существует тенденция: кто лучше бегает, тот лучше прыгает в длину. На рис. 4 выделены лучшие результаты в беге (9,6 с) и прыжке (215 см). Они принадлежат одному и тому же, четвертому по списку, мальчику.



Хотя нельзя утверждать, что с улучшением одного показания улучшается и другое. На рис. 5 выделен худший результат в прыжке (170 см), и он принадлежит мальчику, имеющему, хотя и низкий, но не худший результат в беге (11,0 с).

6. Баскетбольная команда ЦСКА (2006-2007).

В таблице представлены данные игроков баскетбольной команды ЦСКА. Проследите, есть ли связь между ростом и весом членов команды.

N⁰	№ в команде	Игрок	Амп- луа	Рост, см	Bec, кг	Дата рождения
1	4	Теодорос Папалукас	защ.	200	90	08.05.1977
2	5	Никита Курбанов	нап.	202	105	05.10.1986
3	8	Матьяж Смодиш	нап.	205	112	13.12.1979
4	9	Дэвид Вантерпул	нап.	194	85	31.03.1973
5	10	Джон Роберт Холден	защ.	185	82	10.08.1976
6	11	Захар Пашутин	защ.	196	90	03.05.1974
7	13	Дэвид Андерсен	центр.	212	107	23.06.1980
8	14	Алексей Саврасенко	центр.	215	118	28.02.1979
9	15	Анатолий Каширов	центр.	215	100	19.05.1987
10	17	Оскар Торрес	нап.	196	101	18.12.1976
11	18	Антон Понкрашов	защ.	200	92	23.04.1986
12	20	Андрей Воронцевич	нап.	204	95	17.07.1987
13	21	Траджан Лэнгдон	защ.	192	91	13.05.1976
14	22	Томас Ван Ден Шпигел	центр.	214	110	10.07.1978

Решение

Заполним таблицу в калькуляторе, записывая в столбец 1 рост игроков, в столбец 2 — вес. Настроим параметры построения графика и «нарисуем» диаграмму рассеивания.



Общая закономерность такова, что вес баскетболистов тем больше, чем больше их рост (у самого низкого игрока самый маленький вес, а у самого высокого — самый большой вес; из семи игроков, которые выше 200 см, у пяти — вес больше 100 кг). Однако мы видим, что строгой зависимости между ростом и весом спортсменов нет, то есть баскетболисты одинакового роста (например, Саврасенко и Каширов) имеют разный вес, и наоборот, игроки разного роста (например, Каширов и Торрес) весят одинаково.

К пункту 1.1.2. Таблица частот.

Вычисление среднего арифметического, медианы и моды

1. Подтягивание на перекладине.

Старшеклассникам было предложено выполнить упражнение по подтягиванию на перекладине для оценки их силовой подготовки по следующим нормативам: отл. — 11 раз, хор. — 9 раз, удовл. — 7 раз.

Для 40 ребят в результате выполнения упражнения получен ряд: 10, 8, 9, 9, 8, 10, 11, 13, 9, 9, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 10, 9, 8, 11, 10, 11, 12, 8, 12, 11, 8, 12, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 11, 9, 6, 9, 9.

Составьте таблицу частот. По таблице ответьте на следующие вопросы:

1) Сколько ребят подтянулись 9 раз? менее 9 раз?

2) Сколько ребят показали отличную подготовку при выполнении данного упражнения?

3) Какой свой вопрос вы можете задать?

Решение

Введем в калькулятор данный ряд чисел (столбец 1) и упорядочим его по возрастанию (столбец 2). Теперь можно составить таблицу частот в столбцах 3 и 4:



Проанализируем таблицу частот в соответствии с заданиями.

1) 9 раз подтянулись 12 ребят, менее 9 раз подтянулись 8 ребят.

2) Отличную подготовку показали 15 (10 + 4 + 1) ребят.

3) Зададим, например, такой вопрос: «Какова медиана данного ряда чисел?» — и ответим на него.

В ряду 40 чисел, поэтому, найдя значения 20-го и 21-го из них, получим значение медианы: $\frac{9+10}{2} = 9,5$. Результат, близкий к срединному, показала довольно большая группа ребят (6 + 12 + 5) — согласно нормативам они получили оценки «хорошо» и «удовлетво-

рительно».

Об этом свидетельствует и среднее арифметическое оценок, равное 9,725. Можно сказать, что данная группа старшеклассников в упражнении на перекладине проявила достаточно хорошую подготовку.

2. Рекорд.

Фирма «Заря» установила рекорд по количеству яиц, получаемых ежемесячно. Для одного месяца из 30 дней зафиксировано следующее количество отложенных яиц:

> 120 133 134 123 121 127 121 134 127 118 128 127 120 119 119 151 142 141 133 117 124 121 133 119 127 119 127 133 132 142

1) Постройте таблицу частот для этих данных.

2) Вычислите среднее арифметическое число яиц, откладываемых ежедневно в данном месяце. Сравните его с модой ряда данных.

Решение

1) Введем исходные данные в столбец 1, и в нем же проведем сортировку по возрастанию:



Составим в столбцах 2 и 3 таблицу частот:



Проверим правильность пересчета, исходя из того, что суммы исходных и преобразованных данных должны совпадать:



2) Определим среднее арифметическое как отношение общей суммы к количеству элементов (результат сохраним в ячейке 3 столбца 4, которая уже выделена):



Анализируя данную числовую информацию, можно сказать, что в этом месяце фирма «Заря» получила 3832 яйца, что в среднем ежедневно она получает 127—128 яиц, и это число почти совпадает с модой, равной 127.

3. Яблоки.

Лаборант-исследователь определял объем яблок. Для этого он измерил диаметр каждого из 100 яблок, записал его с точностью до 1 см и построил таблицу частот:

Диаметр, см	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Частота повторений	3	3	7	15	12	15	18	10	11	4	2

1) Определите моду ряда данных.

2) Вычислите средний диаметр измеренных яблок; используя результат, подсчитайте примерный объем «среднего» яблока, считая его форму шаром.

Решение

1) Войдем в режим STAT и введем данные.



Проанализируем введенные значения. В столбце 2, отображающем частоту, максимальным значением является число 18, ему соответствует диаметр 11 см, который и является модой данного ряда чисел.

2) Чтобы определить средний диаметр, сначала найдем сумму диаметров всех яблок.

Это можно сделать двумя способами. В первом сначала вычислим сумму для каждого диаметра в отдельности (результат запишем в столбец 3), затем найдем общую сумму диаметров (результат запишем в ячей-ку 1 столбца 4). Во втором проведем суммирование сразу, т.е. вычислим сумму произведений соответствующих ячеек столбцов 1 и 2 (результат запишем в ячейку 1 столбца 3). Первый способ предпочтителен при объяснении алгоритма нахождения общей суммы, а второй — более короткий — можно использовать позже.

Далее определим количество измерений, то есть сумму данных столбца 2. И теперь найдем среднее арифметическое (в данной задаче этот расчет можно провести в уме).





Способ 2:



Заметим, что среднее значение, примерно равное 10 см, не совпадает с модой ряда данных, равной 11 см.

Теперь подсчитаем объем яблока по формуле объема шара $V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$: яблоко, диаметр которого чуть более 1 дм, имеет объем примерно равный 4 дм³.

4. Игрушки.

Для подшефного детского сада школьники решили собрать к празднику елочные игрушки. В школе 28 классов. Семиклассники Коля, Саша и Миша вели учет собранных игрушек.

Коля:

1A	1Б	1B	2A	2Б	2B	3A	3Б	3B
++++ ++++ ++ ++++ ++++ ++ ++++ ++++ ++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Саша:

4A	4Б	4B	5A	5Б	5B	6A	6Б	6B
++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++	HH+ HH+ HH+ HH+	HH+ HH+ HH+ HH+	++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++
++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++	++++ ++++	++++ ++++ //	HH HH	HHF HHF 	++++ ++++ ++++	HH HH HH	++++ ++++ ++++

Миша:

27A	7Б	8A	8Б	9A	9Б	10A	10Б	11A	11Б
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Данные о сборе елочных игрушек каждым из классов представьте в виде числового ряда и выполните следующие задания:

- 1) Введите данные в калькулятор и с помощью калькулятора:
 - а) расположите числа в ряду в порядке возрастания;
 - б) определите медиану ряда (запишите ее значение);
 - в) дополните таблицу столбцом частот, определите моду ряда.

2) Найдите среднее арифметическое данных и сравните его с модой ряда.

Решение

Рассмотрим следующую числовую информацию:

Коля: 33 48 35 38 38 36 33 40 40 Саша: 35 38 30 33 30 35 38 35 38 Миша: 33 36 44 35 35 38 30 38 30 33

1) Войдем в режим STAT и введем данные.



a) Проведем сортировку данных, используя подменю TOOL.







б) Определим медиану ряда как среднее значение между четырнадцатым и пятнадцатым членами последовательности:



Таким образом, имеем медиану, равную $\frac{35+35}{2} = 35$. в) Дополним таблицу столбцом частот:



По таблице определим моду: 38.

2) Найдем среднее арифметическое данных.



Среднее арифметическое примерно равно 36, а мода чуть больше и равна 38, что характеризует активность ребят в сборе игрушек. Заметим, что всего собрано свыше 1000 елочных игрушек.

5. Демографическая ситуация в Москве в начале XVIII века.

Ознакомьтесь с информацией из ведомостей о числе родившихся в Москве в 1703 году.

Масяц	Родилось	младенцев	Масян	Родилось	младенцев
месяц	Мальчиков	Девочек	месяц	Мальчиков	Девочек
Январь	693	592	Июль	541	509
Февраль	522	544	Август	468	447
Март	571	460	Сентябрь	442	373
Апрель	500	453	Октябрь	572	510
Май	489	415	Ноябрь	319	279
Июнь	530	470	Декабрь	322	315

Определите среднюю рождаемость мальчиков и девочек в 1703 году. Сравните с медианой.

Решение

Введем данные в калькулятор и рассчитаем среднюю рождаемость и медиану (в нашем случае в третьем столбце проведены расчеты для мальчиков, в четвертом — для девочек):



Сделаем вывод: в среднем в 1703 году ежемесячно мальчиков рождалось примерно на 50 младенцев больше, чем девочек (хотя, глядя на таблицу, можно заметить, что в феврале девочек родилось больше, чем мальчиков). Сравнивая среднее арифметическое с медианой, можно отметить, что в обоих случаях среднее арифметическое несколько меньше медианы.

К пункту 1.1.3. Интервальный ряд, построение гистограммы

1. Почтовая корреспонденция.

На улице Строителей построен новый дом, в котором 5 подъездов и в каждом по 10 квартир. Покажите с помощью гистограммы распределение почтовой корреспонденции (60 открыток и писем) в предпраздничный день по подъездам этого дома с учетом номера квартиры, указанного на корреспонденции: 41, 2, 12, 43, 4, 13, 21, 5, 28, 17, 18, 24, 50, 9, 30, 27, 19, 20, 1, 13, 46, 32, 18, 26, 35, 19, 17, 10, 16, 23, 49, 11, 14, 22, 14, 20, 29, 7, 34, 16, 42, 8, 15, 25, 20, 1, 44, 3, 5, 22, 6, 33, 25, 39, 48, 45, 24, 36, 37, 41.

Решение

Промежуток от 1 до 60 (количество корреспонденции) надо разбить на интервалы длиной, равной 10 (число квартир в подъезде).



Рассматривая графическое изображение интервального ряда, увидим, что наибольшее число (18) открыток и писем получили в предпраздничный день жители второго подъезда, наименьшее (7) — четвертого.

2. Набор текста.

При наборе контрольного текста учащимися компьютерных курсов получены следующие затраты времени (в мин):

16 18 21 15 11 19 22 16 17 27 19 16 18 12 15 20 17 23 10 19 20 21 17 24 19 26

1) Определите:

- минимальное и максимальное время, затраченное при наборе контрольного текста;
- в какой промежуток времени укладывается не менее половины числа учащихся контролируемой группы;
- среднее время, затрачиваемое на набор контрольного текста.

2) Установите, какие затраты времени характерны для большей части учащихся при наборе контрольного текста.

Решение

1) Введем данные в калькулятор и расположим их в порядке возрастания:



Видно, что минимальное время, затраченное при наборе контрольного текста, равно 10 минутам, максимальное — 27 минутам.

Просматривая ряд, находим, что медиана расположена между 13-м и 14-м членами ряда и равна 18,5. Аналогичное заключение получаем с помощью калькулятора в ячейке 1 столбца 2:



Таким образом, половина учащихся затратила на набор текста менее 18,5 минут.

Найдем среднее время, затрачиваемое на набор контрольного текста, введя соответствующую формулу в ячейку 2 столбца 2:





Имеем 18,384, то есть примерно 18 мин.

2) Установим, какие затраты времени характерны для большей части учащихся при наборе контрольного текста. Для этого воспользуемся построением гистограммы:



По гистограмме видно, что наиболее характерные показатели времени расположены в рамках от 14 до 22 мин. Этот промежуток характеризует разброс временных затрат для 18 учащихся (70 % от числа тестируемых).

Обратившись к графику, отметим, что 15 учащихся выполнили набор контрольного текста за 15—20 мин:



Полученные результаты могут быть использованы для разработки критериев оценки при тестировании учащихся компьютерных курсов.

3. Удары пульса.

У 60 подростков до выполнения физических упражнений был измерен пульс (число ударов пульса в минуту), и полученные данные сведены в таблицу:

73 70 75 73 89 72 70 66 74 81 70 74 53 57 62 58 92 74 67 62 64 91 73 68 65 80 78 67 75 80 84 61 72 72 69 70 76 56 86 63 76 74 65 84 79 70 76 72 68 65 82 79 71 86 77 69 72 56 80 62

Для выявления характерных черт данного числового ряда воспользуйтесь возможностью построения гистограммы (графического изображения его интервального ряда): 1) Постройте гистограмму для интервального ряда данных с интервалами длиной, равной 10.

2) Постройте гистограмму для интервального ряда данных с интервалами длиной, равной 4.

Решение

1) После того, как мы ввели данные числового ряда в калькулятор



нажмем клавишу, соответствующую GRPH ([F1]), чтобы войти в режим построения графиков. Затем нажмем SET ([F6]), чтобы войти в режим настроек параметров статистических графиков. Нажмем GPH1 ([F1]) и, выделив строку Graph Type, «уйдем» по стрелке ([F6]) вправо. Нажмем Hist ([F1]) и затем [EXE]:



Теперь, нажав клавишу GPH1 ([F1]), войдем в окно задания параметров для построения гистограммы. Можно заметить, что в окне уже автоматически предложены параметры построения: начать построение со значения 53 (оно минимальное в ряду данных) с интервалом 4,34. Нажав [EXE], получим:



Но для выполнения первого задания надо ввести другие параметры. Какие?

За начало первого интервала можно взять значение, расположенное на пол-интервала левее наименьшего значения в ряду. В данном задании этим значением будет 48 (т.к. 53 – 10 2 = 48). Введем параметры 48 (Start) и 10 (Width) и получим графическое изображение интервального ряда с интервалами 48 – 57, 58 – 67, 68 – 77, 78 – 87, 88 – 97 (для ориентации войдем в режим Trace):





2) Для построения гистограммы введем новые параметры: 51 (Start) и 4 (Width).

Получим графическое изображение интервального ряда с интервалами 51-54, 55-58, 59-62, 63-66, 67-70, 71-74, 75-78, 79-82, 83-87, 88-91, 92-95:



Сужение интервала позволяет уточнять анализируемую информацию. Так, например, если при выполнении задания 1 мы заметили, что чаще других в данном ряду встречаются значения от 68 до 77 (таких значений 28), то можно предположить: почти у половины подростков наблюдается частота пульса от 68 до 77 ударов в минуту. Результаты выполнения задания 2 показывают, что частота пульса от 67 до 70 ударов в минуту наблюдается у 11 ребят, а от 71 до 74 ударов в минуту — у 13 ребят.

Дополнительно: используем результаты, полученные в задании 1, для упрощения ряда данных и найдем среднее арифметическое ряда. Для этого построим в тетради таблицу, в верхней строке которой укажем серединные значения каждого из пяти интервалов, а в нижней — соответствующую выделенному интервалу частоту:

Число ударов в минуту	53	63	73	83	93
Частота	4	13	28	12	3

Для полученного упрощенного ряда найдем среднее арифметическое (расчет можно провести в режиме RUN-MAT или в одной из ячеек таблицы):

 $(53 \times 4 + 63 \times 13 + 73 \times 28 + 83 \times 12 + 93 \times 3) \div 60 \approx 72.$

Таким образом, можно допустить, что в среднем в данной группе подростков наблюдается частота пульса 72 удара в минуту.

4. Урожайность картофеля.

В таблице приведены данные о средней урожайности картофеля (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	24,2	11	24,3
2	20,7	12	19,8
3	10,2	13	13,7
4	18,6	14	15,2
5	19,9	15	28,2
6	15,6	16	29,7
7	18,8	17	15,9
8	28,3	18	18,4
9	15,6	19	27,4
10	29,7	20	15,2

По данным представленной совокупности выполните следующие задания:

1) Определите среднюю урожайность картофеля по району и сравните ее с серединным показателем.

2) Постройте интервальный ряд распределения данных, образовав пять групп с удобными интервалами по показателям.

Решение

1) Введем данные (столбец 1) и вычислим их сумму (ячейка 1 столбца 2):



Найдем среднюю урожайность картофеля по району:



Для определения серединного показателя проведем сортировку данных по возрастанию (функция SRT-А подменю TOOL):



Устно или с калькулятором вычислим серединный показатель как среднее арифметическое 10-го и 11-го членов последовательности:



2) Построим интервальный ряд распределения данных, разделив данные на пять групп с шагом, равным 4.



5. Урожайность сахарной свеклы.

В таблице приведены данные по средней урожайности сахарной свеклы (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	236	8	214	15	218
2	185	9	300	16	264
3	258	10	280	17	286
4	160	11	264	18	306
5	330	12	176	19	302
6	188	13	315	20	188
7	196	14	194		

По данным представленной совокупности:

1) Определите среднюю урожайность сахарной свеклы по району и сравните ее с серединным показателем.

2) Постройте интервальный ряд распределения данных, образовав пять групп с равными интервалами по показателям.

Решение

Задача аналогична предыдущей.

1) Найдем среднюю урожайность свеклы по району:



Для определения серединного показателя проведем сортировку данных и устно или с калькулятором вычислим серединный показатель как среднее арифметическое 10-го и 11-го членов последовательности:



2) Построим интервальный ряд распределения данных, разделив данные на пять групп с равными интервалами по показателям:



К пункту 1.1.4. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение

1. Длина кирпича [3].

На стройку с кирпичного завода привезли 20 упаковок кирпича. Чтобы проверить качество партии, из каждой упаковки вытащили случайным образом по кирпичу и замерили длину каждого. Ниже представлены полученные величины (в см):

20,5 20,1 21,3 20,3 19,8 19,2 20,1 19,6 20,2 20,0 20,5 19,7 19,9 20,5 19,6 20,1 19,4 19,8 19,1 20,3

Определите среднюю длину кирпича.

Найдите величину среднего квадратичного отклонения длины кирпича от средней.

Каков процент кирпичей, длина которых отличается от средней больше чем на 0,2 см? больше чем на величину среднего квадратичного отклонения?

Решение

Расчеты средней длины кирпича и среднего квадратичного отклонения длины кирпича от средней выполним с помощью калькулятора:



В первый столбец введены данные из рассматриваемого ряда длин кирпичей, во втором получен результат вычисления средней длины кирпича (20 см), третий — содержит квадраты отклонений данных длин от их среднего арифметического, четвертый — среднее арифметическое квадратов отклонений (0,25 см²). А отсюда имеем: среднее квадратичное отклонение для длин кирпича равно 0,5 см.

Всего 20 кирпичей. У двенадцати из них длины отличаются от средней на величину, большую, чем 0,2 см. Отношение 12:20 выразим в процентах устно; получим 60 % от общего количества кирпичей. Аналогично, видим, что у 20 % от общего количества кирпичей их длины отличаются от средней на величину, более чем 0,5 см.

Дополнительно: воспользуемся возможностью калькулятора представлять данные в виде графика. Для этого выполним автоматическую сортировку данных, преобразуя их в ряд по возрастанию, и, присвоив каждому номер 1, 2, ..., 20, построим точечный график, откладывая по оси x номер кирпича, а по оси y — его длину:



С помощью курсора найдем серединное значение длины (20,05 см) и заметим, что оно почти совпадает с ее средним значением (20 см). Шагая по графику, увидим, что отклонения длин от средней длины незначительны и для большего числа кирпичей расположены в интервале от 19,5 до 20,5 см.

2. Выпечка пирогов.

Выпечка пирогов проводится в двух духовках при разной температуре в зависимости от вида теста. В первой духовке выставлена температура 260 °C, а во второй — 180 °C. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

T ₁ , °C	260	265	257	258	262	255	267	260	255	254	264	263	258	266	252
T ₂ , °C	180	180	181	179	180	183	181	178	179	177	180	180	181	180	179

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

Решение

Введем данные в первый и третий столбец (второй и четвертый столбцы будем использовать для расчетов).

Определим среднюю температуру в первой духовке:



Одним выражением вычислим сумму квадратов отклонений данных температур от среднего значения, составив выражение Sum(List 1-List 2[1])²:







Определим сначала дисперсию:

	LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4	Ι
1	560	259.13	180		11
2	265	304.93	180		II
в	257		181		II
4	258		179		II
5	262		180		II
Li	st 20	23÷15	5 .		1

а затем среднее квадратичное отклонение:



	LiSt 1	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4
	260	259.13	180	
2	265	304.93	180	
E	257	20.328	181	
4	258	4.5087	179	
5	262		180	
1		4	.5087	56912
Su	IM Prod	Cum1	7. 6	D

Для первой духовки получим: $\sigma_{1}\approx4,5\ensuremath{\,^\circ C}$.

Проведем расчет среднего значения температуры и среднего квадратичного отклонения для второй духовки.



Расчет среднего квадратичного отклонения можно выполнить аналогично предыдущему (пошагово), либо (как представлено ниже) составив конечную формулу сразу $\sqrt{(Sum (List 3-List 4[1])^2+15)}$:



Для второй духовки получим: $\sigma_2 \approx 1.4$ °C.

Сделаем выводы: среднее квадратичное отклонение (величина которого показывает степень стабильности процесса) температуры во второй духовке меньше среднего квадратичного отклонения температуры в первой духовке примерно в три раза, значит вторая духовка прогрета более равномерно, чем первая, несмотря на то, что средние температуры в первой и во второй духовке практически совпадают с температурами, обозначенными на терморегуляторе. Это свидетельствует о том, что выпечка из второй духовки будет более равномерно прожарена.

3. Климат [2].

Континентальный климат отличается от умеренного более резкими изменениями температуры в течение года. В районах с континентальным климатом жаркое лето и очень холодная зима. С помощью среднего квадратичного отклонения различия между двумя видами климата можно выразить количественно.

Сравним для примера изменение температур в течение года в Москве, где климат умеренный, с изменением температур в Хабаровске, где климат континентальный (в таблице приведены средние месячные температуры за 80 лет в Москве и Хабаровске).

Месяц	Москва	Хабаровск	Месяц	Москва	Хабаровск
1	-9,3	-22,3	7	18,4	21,1
2	-8,6	-17,2	8	16,6	20,0
3	-3,4	-8,5	9	10,9	13,9
4	5,1	3,1	10	4,4	4,7
5	12,4	11,1	11	-2,0	-8,1
6	16,7	17,4	12	-6,8	-18,5

Средние месячные температуры, °С

Решение

Введем данные и вычислим среднее месячное значение температуры для Москвы:

LiSt 4

D.

4.5333



а затем и для Хабаровска:

	LiSt I	List 2	LiSt B	LiSt 4]		LiSt 1	List 2	LiSt B	LiSt 4
SUB						SUB				
1	- 9. 3	- 55* 3	4.5333			1	- 9. 3	- 22. 3	4.5333	1.3916
5	- 8. 6	-17.2		I I		2	- 8. 6	- 17.2		
в	- 3. 4	-8.5		I I		в	- 3. 4	-8.5		
_ 4	5,1	3.1	l_			4	5.1	3.1		
Su	m Li≤	st 2÷.	12							
						Sum Prod Cum1 % 🛛 4 👘 🗖				

Определим дисперсию:



Вычислим среднее квадратичное отклонение:





Мы видим, что среднее квадратичное отклонение температур в Москве (9,9 °C) меньше, чем в Хабаровске (15,1 °C). Это свидетельствует о меньшем перепаде температур в течение года, то есть о более мягком климате.

К пункту 1.2.1. Статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, мода

1. Рост гимнастов.

Данные о росте (в см) участников соревнований по спортивной гимнастике сведены в числовой ряд: 170, 172, 169, 168, 175, 178, 172, 175, 168, 174, 175, 173, 169, 173, 170, 168, 175, 173, 167, 168, 174, 171, 175, 172, 174, 173, 170, 169, 176, 175.

1) Найдите среднее арифметическое, медиану и моду данного ряда.

2) Постройте гистограмму данных, выделив интервалы: 167—169, 170—172, 173—175.

Решение

1) Введем числа и выполним статистические расчеты для данных одной переменной:



Среднее арифметическое — 172 см, медиана — 172,5 см, мода — 175 см.

2) Построим гистограмму.





По гистограмме, действительно, мы наблюдаем, что в данной группе спортсменов преобладают спортсмены роста от 173 до 175 см.

2. Почтовая корреспонденция.

На улице Строителей построен новый дом, в котором 5 подъездов и в каждом по 10 квартир. Распределение почтовой корреспонденции (открыток и писем) в предпраздничный день по подъездам этого дома с учетом номера квартиры представлено в виде ряда: 41, 2, 12, 43, 4, 13, 21, 5, 28, 17, 18, 24, 15, 9, 30, 27, 19, 20, 1, 13, 46, 32, 18, 26, 35, 19, 17, 10, 16, 23, 49, 11, 14, 22, 14, 20, 29, 7, 34, 16, 42, 8, 15, 25, 20, 1, 44, 3, 5, 22, 6, 33, 25, 39, 48, 45, 24, 36, 37, 41.

Найдите среднее арифметическое, медиану и моду данного ряда. Сделайте выводы.

Решение

Введем числа в калькулятор и выполним статистические расчеты для данных одной переменной:

1-Variable	1-Variable	1-Variable
x =22.3166666	n =60 ↑	Med =20 ↑
2x =1339	minX =1	Q3 =32.5
2x ² =40223	Q1 =13	maxX =49
xon =13.1282033	Med =20	Mod =20
xón-1 =13.2389918	Q3 =32.5	Mod:n=1
n =60 ↓	maxX =49 ↓	Mod:F=3

Для данного числового ряда имеем: среднее арифметическое — 22, мода — 20 и частота ее повторения — 3, медиана — 20.

Судя по результатам, значительное число почтовой корреспонденции получили жители 1—3 подъездов (среднее арифметическое и медиана почти совпадают) и, скорее всего, больше других жители 2-ого подъезда (квартира № 20 получила сразу 3 письма). Заметим, что это предположение подтверждается гистограммой (см. п. 1.1.3).

К пункту **1.2.2. Меры рассеивания данных:** дисперсия и среднее квадратичное отклонение

1. Выпечка пирожков.

Выпечка пирожков проводится в двух духовках при температуре 260 °С. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

T ₁ , °C	260	264	258	258	262	257	263	260	255	259	264	263	258	261	259
T ₂ , °C	267	265	265	260	260	260	255	250	255	260	265	266	253	253	255

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

Решение

Введем данные.

Проверим параметры расчетов и выполним расчеты.



Анализ результатов позволяет сказать, что первая духовка прогрета более равномерно.

2. Розетки одного напряжения.

В кабинете физики установлены розетки с номинальным напряжением 220 В. Из них выбрали две розетки, в которых в течение суток с интервалом 5 мин замеряли напряжение. Получили следующие данные:

U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
220	68	220	242
217	23	219	27
225	31	221	8
221	51	180	1
224	17		
214	20		
218	46		
219	32		

Определите размах, среднее напряжение и среднее квадратичное отклонение. Проанализируйте полученные результаты.

Решение

Введем данные:

	LiSt I	LiSt 2	LiSt B	LiSt 4					
SUB I	250	68	250	242					
2	217	23 31	551	27					
4	551	51	180	ļ					
ILVAR IZVAR REG. SETÜ									

Получим результаты и проанализируем их. Для первой розетки:



Для второй розетки:



Проанализируем полученные результаты: несмотря на то, что среднее напряжение в розетках и среднее квадратичное отклонение в обоих случаях практически совпадают, разброс данных (в первой розетке 11 В, во второй розетке 41 В) говорит о том, что первая розетка более предпочтительна для эксплуатации электроприборов. По исходной таблице видим, что во второй розетке наблюдалось сильное падение напряжения (до 180 В). Такие большие перепады напряжения могут привести к поломке электроприборов. Заметим, что лампочки чаще всего перегорают при включении из-за резкого скачка напряжения (от 0 до 220 В).

Часть 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С НАУЧНЫМ КАЛЬКУЛЯТОРОМ

2.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ВИДЕ ТАБЛИЦ, ГРАФИКОВ, ДИАГРАММ; ЕЕ АНАЛИЗ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

2.1.1. Ряд наблюдений. Табличное и графическое представление результатов наблюдений

Пример 1. Транспорт

Рассмотрите таблицу, в которой приведены данные, полученные группой ребят: они зафиксировали количество единиц для отдельного вида транспорта, проходящего мимо их школы за час до занятий в школе (с 7 ч 30 мин до 8 ч 30 мин).

Uutoppor	Вид транспорта									
времени	А (автобус)	В (легковой автомобиль)	С (грузовой автомобиль)							
730-740	HH	HHH HHH	++++ ++++ ++++							
740-750	HH	++++ ++++ ++++ 1	++++ ++++ ++++							
750-800	HH HH	++++ ++++ ++++ 1111	++++ ++++ ++++							
800-810	HH 1111	++++ ++++ ++++	++++ ++++							
810-820	HH HH I	++++ ++++ ++++ 111	<i>HH III</i>							
820-830	HH HH II	++++ ++++ ++++ ++++ 1111	++++ 1							



Используя данную информацию, выполните следующие задания:

1) Составьте в тетради таблицу:

Интервал времени	А	В	С	D (всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
730-740							
740-750							
750-800							
800-810							
810-820							
820-830							

и заполните первые три колонки исходными данными, преобразованными в числа.

2) Для отдельного вида транспорта подсчитайте относительную частоту его прохождения в каждом выделенном промежутке времени. Полученные результаты сведите в составленную в тетради таблицу.

3) Постройте в одной и той же координатной плоскости три графика разброса:

- относительных частот прохождения автобусов;

- относительных частот прохождения легковых автомобилей;

- относительных частот прохождения грузовых автомобилей.

По графикам охарактеризуйте ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

Комментарий к выполнению заданий

1) Начертим таблицу в тетради и занесем в нее исходные данные.

Интервалвремени	А	В	С	D(всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
7 ³⁰ —7 ⁴⁰	8	10	17				
7^{40} — 7^{50}	8	16	15				
750-800	10	19	17				
800-810	9	22	13				
810-820	11	23	8				
820-830	12	29	6				

Для подсчета относительной частоты прохождения какоголибо из видов транспорта сначала вычислим общее количество транспорта, прошедшего мимо школы в каждый интервал времени. Результат запишем в столбец D, проведя суммирование «в уме».
Затем в режиме основных вычислений калькулятора СОМР (вход в него осуществляется последовательным нажатием клавиш [MODE] и [1]) подсчитаем относительные частоты.

Для этого разделим частоту появления каждого вида транспорта на общее количество транспорта, проехавшего мимо школы в данный промежуток времени, умножим на 100 для перевода в проценты и нажмем клавишу [=] для получения ответа (вместо умножения на 100 можно воспользоваться специальной клавишей преобразования в проценты, для этого после ввода делителя последовательно нажмем [SHIFT] и [(] (%)):



Мы получили ответ в виде обыкновенной дроби (в математическом формате ввода-вывода (Mth10) калькулятор первоначально выдает ответ в виде обыкновенной дроби тогда, когда общее число знаков в ней, то есть целое+числитель+знаменатель+знак дроби, не превышает десяти; в линейном формате (Line10) первоначальный ответ выводится в виде десятичной дроби; переключение между форматами осуществляется в меню настроек калькулятора SET UP ([SHIFT], [MODE]) нажатием соответствующей цифровой клавиши). Для перевода ее в десятичную дробь нажием [S \Leftrightarrow D], имеем:



Заполним соответствующую ячейку таблицы в тетради и нажмем [AC], чтобы очистить экран для ввода следующего выражения (клавишу [AC] можно не нажимать, а сразу начать ввод формулы, при этом строка ввода будет очищена автоматически).

В тетради продолжим заполнение таблицы (число процентов округлим до единиц и проверим: сумма процентов в каждой строке таблицы должна быть равна 100):

Интервалвремени	А	В	С	D(всего)	A1(%)	B1(%)	C1(%)
7 ³⁰ —7 ⁴⁰	8	10	17	35	22	29	49
740-750	8	16	15	39	21	41	38
750-800	10	19	17	46	22	41	37
800-810	9	22	13	44	20	50	30
810-820	11	23	8	42	26	55	19
820-830	12	29	6	47	25	62	13

3) Построим графики в тетради (мы обозначили интервалы времени числами 1-6):



Предложим учащимся по графикам охарактеризовать ситуацию на дороге у школы за час до уроков.

Приведем пример рассуждения: «Нижний график показывает относительно равномерную частоту прохождения автобусов в каждый промежуток времени (при сравнении с прохождением других видов транспорта). В промежуток времени с 7⁴⁰ до 7⁵⁰ прошло почти одинаковое число легковых и грузовых автомобилей, но чуть позже число грузовиков уменьшилось и стало даже меньше числа автобусов, а число легковых автомобилей увеличилось».

Подключая к рассуждениям таблицу, заметим, что ситуация на дороге за час до занятий в школе довольно напряженная: за 10 минут в среднем проходит 42 единицы транспорта (при разбросе данных от 35 до 49 единиц транспорта).

Упражнения

1. Население Тулы [1].

Прочитайте сведения о населении г. Тулы [1]:

«В XIX веке население Тулы неуклонно росло. В 1819 г. в городе проживали 36 253 жителя, в 1838 г. — 51 876, в 1846 г. — 53 759, в 1860 г. — 58 084.

В абсолютных цифрах росло сословие оружейников, хотя в процентном отношении к горожанам их количество держалось примерно на одном уровне: в 1819 г. — 14 142 чел. (38,9%), в 1838 г. — 17 575 (34,5%), в 1846 г. — 19 385 (36,2%), в 1860 г. — 21 314 (36,7%). Они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу населения города. Купцов в 1819 г. было 1508 чел. (4,2%), в 1838 г. — 1382 (2,6%), в 1846 г. — 1640 (3,0%), в 1860 г. — 2105 (3,6%).»

Используя числовую информацию, выполните следующие задания: 1) Привычным способом для представления числовой информации является таблица. Выберите данные из текста и сведите их в таблицу, составленную в тетради:

Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.
1819			
1838			
1846			
1850			

Дополните ее столбцом «Прочие, чел.».

2) Представьте данные изменения числа оружейников, числа купцов и числа прочего населения, выделенного в таблице, в виде соответствующего точечного графика. Прокомментируйте графики.

3) Определите, в каком процентном отношении находилось число оружейников к числу населения г.Тулы в каждом году. Согласны ли вы с комментарием в тексте книги?

4) Постройте в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г.Тулы в 1819 г.

2. Консервная продукция.

В таблице представлены полученные при инвентаризации склада данные о наличии консервной продукции:

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.
Варенье клубничное	270	375
Конфитюр абрикосовый	640	324
Джем яблочный	510	536
Повидло сливовое	1060	420
Пюре яблочное	515	268
Сок яблочный	210	375

Выполните следующие задания:

1) Проведите пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные (для перевода объема продукции в условные единицы принимается банка массой нетто 400 г).

2) Рассчитайте долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции. Постройте в тетради соответствующую диаграмму.

3. Посещаемость сервера Российской Национальной библиотеки (РНБ). (Источник информации: www.nlr.ru).

Рассмотрите таблицу и постройте диаграмму рассеивания для данных посещаемости сервера Российской Национальной библио-

теки в 2006 году (сервер РНБ — специально настроенный компьютер, предназначенный для хранения большого количества информации (электронных вариантов книг)). Определите примерную ежедневную посещаемость сервера; выразите ежемесячную посещаемость как долю посещений за год (доля посещений за год, %). Сделайте выводы.

Месяц	Количество посещений за месяц	Месяц	Количество посещений за месяц
Январь	106 492	Июль	125 650
Февраль	120 298	Август	104 361
Март	190 767	Сентябрь	145 757
Апрель	162 175	Октябрь	159 950
Май	167 873	Ноябрь	205 088
Июнь	157 514	Декабрь	230 756

Посещаемость сервера РНБ

4. Месяц рождения.

Соберите данные о месяце рождения учеников вашего и соседнего классов. Проанализируйте полученные ряды чисел. Если сбор данных невозможен, то воспользуйтесь следующей подборкой:

K TOOO		Месяц рождения													
Класс	Ι	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Х	XI	XII			
Α	/	/	HH	<i>HH</i> 1	///	/		/		/		///			
Б	//	///	/	/	//	///	_		HH	///	HH	//			

2.1.2. Статистические характеристики: мода, медиана, среднее арифметическое

Пример 2. Рекорд

Фирма «Заря» установила рекорд по количеству яиц, получаемых на фирме ежемесячно. Для одного месяца из 30 дней зафиксировано следующее количество отложенных яиц:

120 133 134 123 121 127 121 134 127 118 128 127 120 119 119 151 142 141 133 117 124 121 133 119 127 119 127 133 132 142



Рассмотрите числовую информацию и выполните следующие задания:

- 1) составьте в тетради таблицу частот данных, определите моду ряда;
- 2) составьте в тетради интервальную таблицу, определите моду ряда;
- 3) определите, сколько всего яиц получила фирма «Заря» в этом месяце;
- вычислите среднее арифметическое число яиц, откладываемых ежедневно в данном месяце. Сравните его с модой ряда данных.

Комментарий к выполнению заданий

1) Составим в тетради таблицу с двумя строками: в верхнюю запишем количество отложенных за день яиц, в нижнюю — частоту повторений.

Коли- чество	117	118	119	120	121	123	124	127	128	132	133	134	141	142	151
Частота	1	1	4	2	3	1	1	5	1	1	4	2	1	2	1

По таблице определяем, что модой ряда является число 127, так как частота его повторения максимальна.

2) Заметим, что разброс частот данных очень маленький, поэтому целесообразно представить данные в виде интервальной таблицы. Разделим весь диапазон значений на интервалы по 10 штук: 110-120, 120-130, 130-140, 140-150, 150-160 (значения, попадающие на границы интервалов, будем относить к левому интервалу).

Интервал, шт.	Частота
110—120	8
120—130	11
130—140	7
140—150	3
150-160	1

По полученной интервальной таблице определяем, что чаще всего собирается от 120 до 130 яиц в день.

3) Определить общее количество яиц можно двумя способами: либо просто просуммировать все данные, либо просуммировать произведения данных на частоты их повторения (что более рационально).

Точное количество собранных яиц:



При использовании для расчетов данных интервальной таблицы в общем случае за значение интервала принимается среднее арифметическое между левой и правой границей интервала:



Мы видим, что общее количество яиц, определенное по интервальной таблице, практически совпадает с истинным значением.

4) Определим среднее арифметическое как отношение общей суммы к количеству элементов.

Для этого используем предыдущее вычисление. Нажмем [REPLAY ▶], чтобы войти в режим редактирования, заключим уже введенную сумму в скобки, перемещая курсор по формуле клавишей [◀ REPLAY ▶] и нажимая в соответствующих местах [(]и[)], и разделим сумму на 30.



В среднем фирма «Заря» получает 127—128 яиц в день, что почти совпадает с модой, равной 127. Можно также сказать, что в среднем собирается 120—130 яиц в день.

Упражнения

1. Картофель.

Лаборант-исследователь взвесил каждую из 30 картофелин одного сорта и записал ее массу с точностью до 10 г. Получился ряд чисел: 210, 200, 210, 180, 190, 180, 190, 200, 170, 190, 190, 220, 170, 200, 190, 210, 200, 190, 180,170, 220, 190, 180, 210, 200, 190, 180, 200, 200, 190.

Рассмотрите числовую информацию и выполните следующие задания:

1) расположите числа в ряду в порядке возрастания;

2) определите медиану ряда (запишите ее значение);

3) составьте в тетради таблицу частот, определите моду ряда;

4) используя калькулятор, найдите среднюю массу картофелины (среднее арифметическое данных) и сравните ее с модой ряда. Сделайте вывод;

5) определите, сколько примерно картофелин окажется в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта.

2. Яблоки.

Лаборант-исследователь определял объем яблок. Для этого он измерил диаметр каждого из 100 яблок, записал его с точностью до 1 см и построил таблицу частот:

Диаметр, см	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Частота повторений	3	3	7	15	12	15	18	10	11	4	2

1) Определите моду ряда данных.

2) Определите медиану.

3) Вычислите средний диаметр измеренных яблок; используя результат, подсчитайте примерный объем «среднего» яблока, считая его форму шаром.

3. Игрушки.

Для подшефного детского сада школьники решили собрать к празднику елочные игрушки. В школе 28 классов. Семиклассники Коля, Саша и Миша вели учет собранных игрушек.

Коля:

1A	1Б	1B	2A	2Б	2B	3A	3Б	3B
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Саша:

4A	4Б	4B	5A	5Б	5B	6A	6Б	6B
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++			

Миша:

7A	7Б	8A	8Б	9A	9Б	10A	10Б	11A	11Б
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 111	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 1/1	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 111

Данные о сборе елочных игрушек каждым из классов представьте в виде числового ряда и выполните следующие задания:

1) составьте таблицу частот, определите моду и медиану ряда;

2) найдите среднее арифметическое данных и сравните его с модой и медианой ряда.

2.1.3. Среднее квадратичное отклонение

Пример 3. Выпечка пирогов

Выпечка пирогов проводится в двух духовках при разной температуре в зависимости от вида теста. В первой духовке выставлена температура 260 °C, а во второй — 180 °C. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

$T_1, ^{\circ}C$	260	265	257	258	262	255	267	260	255	254	264	263	258	266	252
T ₂ , °C	180	180	181	179	180	183	181	178	179	177	180	180	181	180	179



Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

Комментарий к выполнению задания

Для оценки меры рассеивания сначала рассматривают квадраты отклонений значений от среднего. Затем находят среднее арифметическое этих квадратов и получившееся значение называют *ducnepcueй* (от латинского слова *dispersion*, означающего «рассеяние»). Однако дисперсия выражается в квадратных единицах измерения данных, и чтобы устранить этот недостаток, в качестве меры рассеивания ряда данных принято рассматривать квадратный корень из дисперсии, который называют *средним квадратичным отклонением и обозначают греческой буквой* **о**.

Определим среднее арифметическое для первой духовки.



Занесем полученное число в ячейку постоянной памяти А. Для этого последовательно нажмем [SHIFT] для активации функций, обозначенных желтым цветом, [RCL] (в режиме желтых обозначений эта клавиша выполняет функцию запоминания STO: сокращение от английского «storage» — запоминание) и клавишу, над которой красным цветом написана буква А, то есть [(—)]. На дисплее появится надпись Ans, означающая использование при выполнении операции сохранения результата последнего вычисления, и стрелка, показывающая, что число занесено в ячейку памяти А.



Теперь определим разность между первым табличным значением и средним арифметическим. Чтобы вывести на экран А, нужно нажать [ALPHA] (от английского «alphabet» — алфавит; нажатие на эту клавишу активирует функции, обозначенные на клавишах красным цветом) и [(—)] (А).



Полученное значение запишем в тетрадь, округлив до десятых, а также сохраним в ячейке независимой памяти М. Для этого нажмем [М+] (предварительно необходимо убедиться, что в ячейке М нет сохраненных данных: на их наличие указывает индикатор — буква М в левом верхнем углу экрана; для очистки независимой памяти необходимо по вышеуказанному алгоритму сохранить в ней 0, при этом индикатор погаснет).



Нажав один раз [REPLAY ▲], вернемся к выражению для расчета отклонения. В режиме редактирования заменим 260 на 265 (переместим курсор клавишей [REPLAY] в позицию справа от удаляемого символа, нажмем [DEL] и введем новую цифру) и нажмем [=] для повторения расчета:



Нажмем [M+], чтобы добавить полученное значение в ячейку М (оно приплюсуется к уже сохраненному ранее числу), вернемся с

помощью [REPLAY] к разности и повторим действия для остальных табличных значений.

T ₁ , °C	$T_1 - T_{1cp.}, ^{\circ}C$	Т ₁ , °С	$T_1 - T_{1cp.}, ^{\circ}C$
260	0,3	255	-4,7
265	5,3	254	-5,7
257	-2,7	264	4,3
258	-1,7	263	3,3
262	2,3	258	-1,7
255	-4,7	266	6,3
267	7,3	252	-7,7
260	0,3		

Проверим сумму, которая накопилась в ячейке М. Для этого нажмем [RCL] (от английского «recall» — вызов из памяти) и [M+].



Отметим, что при суммировании отклонений мы не получили точно ноль, что связано с округлением калькулятором результатов расчетов.

Просуммируем квадраты отклонений, записанных в таблицу. В нашем случае сумма квадратов не умещается в строку (в конце строки ввода курсор из вертикальной черты трансформируется в черный прямоугольник), поэтому введем 9 умещающихся в строку слагаемых и нажмем [=].

Затем нажмем [+] и продолжим ввод слагаемых. При этом предыдущий ответ сохранился в устройстве запоминания ответа Ans (от английского «answer» — ответ) и на экране калькулятора трансформировался в соответствующую надпись:

Полученную сумму занесем в ячейку памяти В ([SHIFT], [RCL] (STO), [°, "] (B)):



Отметим, что содержимое Ans обновляется каждый раз при нажатии на клавишу [=], то есть в этом устройстве хранится последний полученный при расчетах на калькуляторе ответ.

Вычислим дисперсию:



Таким образом, дисперсия $D \approx 20 \degree C^2$.

Вычислим среднее квадратичное отклонение.



 $\sigma_1 \approx 4.5 \ ^\circ C.$

Проведем аналогичные вычисления для второй духовки. $T_{\rm 2cp.}=179,8\ ^{\circ}C.$

T ₂ , °C	$T_2 - T_{2cp.}, ^{\circ}C$	Т ₂ , °С	$T_2 - T_{2cp.}$, °C
180	0,2	179	-0,8
180	0,2	177	-2,8
181	1,2	180	0,2
179	1	180	0,2
180	0,2	181	1,2
183	3,2	180	0,2
181	1,2	179	-0,8
178	-1,8		

 $\sigma_2 \approx 1,4 \degree C.$

Сделаем выводы: среднее квадратичное отклонение (величина которого показывает степень стабильности процесса) температуры во второй духовке меньше среднего квадратичного отклонения температуры в первой духовке примерно в три раза, значит вторая духовка прогрета более равномерно, чем первая, несмотря на то, что средние температуры в первой и во второй духовке практически совпадают с температурами, обозначенными на терморегуляторе. Это свидетельствует о том, что выпечка из второй духовки будет более равномерно прожарена.

1. Розетки с разным напряжением.

В кабинете физики установлены розетки с разным номинальным напряжением: 220 В — для учителя и 36 В — для учеников. Из них выбрали по одной розетке и в каждой замеряли напряжение (U, B) в течение часа (с интервалом 5 мин).

Получили следующие данные:

U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
220	3	36	5
217	1	35	2
225	1	34	2
221	2	37	3
224	1		
214	1		
218	2		
219	1		

Определите, в какой розетке напряжение более стабильное.

2. Выпечка пирожков.

Выпечка пирожков проводится в двух духовках при температуре 260 °С. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

Интервал	Частота повторения показаний			
температур, °С	Духовка 1	Духовка 2		
250—254	0	4		
254—258	6	7		
258—262	11	6		
262-266	6	7		
266-270	1	0		

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

2.2. АНАЛИЗ ДАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ НАУЧНОГО КАЛЬКУЛЯТОРА

2.2.1. Статистические характеристики: минимальное и максимальное значение, размах ряда, среднее арифметическое

Пример 4. Демографическая ситуация в Москве в начале XVIII века

Ознакомьтесь с информацией из ведомостей о числе родившихся в Москве в 1703 году.

Масяц	Родилось младенцев		Масяц	Родилось младенцев	
месяц	Мальчиков	Девочек	месяц	Мальчиков	Девочек
Январь	693	592	Июль	541	509
Февраль	522	544	Август	468	447
Март	571	460	Сентябрь	442	373
Апрель	500	453	Октябрь	572	510
Май	489	415	Ноябрь	319	279
Июнь	530	470	Декабрь	322	315



В каком месяце рождаемость была минимальной? максимальной? Вычислите разброс данных, то есть размах ряда. Сколько в 1703 году всего родилось мальчиков? девочек? Определите среднюю рождаемость мальчиков и девочек в 1703 году.

Комментарий к выполнению заданий

Войдем в режим статистических вычислений STAT: нажмем [MODE] (на экране появится список режимов работы калькулятора; отметим, что в зависимости от модели список режимов может отличаться количеством пунктов), затем цифровую клавишу, которой на экране калькулятора обозначен режим STAT. На экране появится список видов статистических вычислений.



При нажатии на клавишу [1] активируется режим однопараметрических вычислений, при нажатии на клавиши [2]—[8] — двухпараметрических различных типов.

Нажмем [1], так как мы проводим статистическую обработку данных одной переменной, и заполним появившуюся на экране таблицу исход-

ными данными, описывающими рождаемость мальчиков. Синим прямоугольником выделена строка, в которой будет сохранено вводимое число. Наберем его, нажимая соответствующие цифровые клавиши (число будет записываться в строку ввода внизу экрана) и нажмем [=] для сохранения числа в выделенной ячейке.







Имеем таблицу данных:



Нажмем [АС] для перехода к окну расчетов.



Войдем в подменю выбора операций обработки статистических данных, нажав последовательно [SHIFT] и [1] (STAT). В этом окне выберем пункт MinMax ([6]) и в открывшемся новом окне нажмем [1] для вычисления минимального значения или [2] для вычисления максимального значения.



В окне расчетов появится выбранная функция. Нажмем [=], чтобы дать калькулятору команду провести вычисления.



Нажмем [AC], чтобы очистить экран, а затем опять войдем в подменю выбора операций обработки статистических данных, чтобы активировать расчет следующей функции ([AC] можно не нажимать, так как после выбора функции и нажатия [=] число в строке ответа автоматически изменится).



Найдем полученные числа в исходной таблице и сделаем вывод, что меньше всего мальчиков родилось в ноябре, больше всего — в январе. Размах ряда можно подсчитать, записав разность уже найденных чисел, либо разность функций:



Во втором случае нужно сначала в окне MinMax ([SHIFT], [1] (STAT), [6] (MinMax)) выбрать maxX (функция появится в окне расчетов), затем нажать [–] и опять перейти в окно MinMax, в котором теперь уже выбрать minX, для получения результата — нажать [=].

Общее количество мальчиков, родившихся в 1703 году, определим, выбрав в подменю выбора операций пункт Sum и в открывшемся окне нажав [2] (Σx — суммирование данных таблицы):



Среднюю рождаемость вычислим, воспользовавшись возможностью редактирования выражений. Нажмем [**К**ЕРLAY] и разделим сумму данных на 12:



Проведем аналогичные расчеты для девочек.

Для этого сначала вернемся в таблицу, нажав в подменю выбора операций [2] (Data — данные), и очистим ее. Это можно сделать двумя способами:

1) удалим данные, нажимая [DEL] столько раз, сколько данных в таблице. Данные можно не удалять, а просто вводить новые числа в строку ввода, при нажатии на [=] числа в ячейках будут обновлены;

2) нажав в подменю выбора операций [3] (Edit — редактировать), мы попадем в окно редактирования таблицы, в котором нажатие клавиши [2] (Del-A — от английского «delete all» — удалить всё) приведет к обнулению данных. Отметим, что нажатие [1] (Ins — от английского «insert» — вставка) приведет к добавлению ячеек с нулевыми данными в ту строку таблицы, на которой находилось выделение, при этом ранее выделенная строка смещается вниз, то есть таблица как бы раздвигается.







Теперь введем данные и выполним вычисления.





Таким образом, больше всего девочек родилось в январе, меньше всего — в ноябре. Отметим, что месяцы максимальной и минимальной рождаемости совпадают для мальчиков и девочек, но размах рождаемости у мальчиков на 61 человека больше.

Для определения средней рождаемости можно воспользоваться специальной функцией вычисления среднего арифметического. Для этого в подменю выбора операций нажмем [5] (VAR) и в открывшемся окне нажмем [2] (\overline{x} — среднее арифметическое). Отметим, что в этом окне клавишей [1] активируется подсчет числа элементов данных, то есть при вычислении средней рождаемости мальчиков вместо ввода числа 12 мы могли ввести функцию п.



Отметим, что в среднем каждый месяц рождалось мальчиков на 50 младенцев больше, чем девочек.

Дополнительно определим, на сколько больше в 1703 г. родилось мальчиков, чем девочек, используя точные данные и приближенные:



Можно сделать вывод, что среднее арифметическое в данном случае достаточно хорошо описывает ситуацию с рождаемостью.

Упражнения

1. Баскетбольная команда ЦСКА (2006—2007).

В таблице представлены данные игроков баскетбольной команды ЦСКА. Определите общий вес спортсменов, максимальный и минимальный вес, средний вес. Вычислите средний рост.

No	№в	Игрок	Амп-	Рост,	Bec,	Дата
JN⊻	команде	ИТРОК	луа	СМ	КГ	рождения
1	4	Теодорос Папалукас	защ.	200	90	08.05.1977
2	5	Никита Курбанов	нап.	202	105	05.10.1986
3	8	Матьяж Смодиш	нап.	205	112	13.12.1979
4	9	Дэвид Вантерпул	нап.	194	85	31.03.1973
5	10	Джон Роберт Холден	защ.	185	82	10.08.1976

No	№ в	Игрок	Амп-	Рост,	Bec,	Дата
142	команде	трок	луа	СМ	КΓ	рождения
6	11	Захар Пашутин	защ.	196	90	03.05.1974
7	13	Дэвид Андерсен	центр.	212	107	23.06.1980
8	14	Алексей Саврасенко	центр.	215	118	28.02.1979
9	15	Анатолий Каширов	центр.	215	100	19.05.1987
10	17	Оскар Торрес	нап.	196	101	18.12.1976
11	18	Антон Понкрашов	защ.	200	92	23.04.1986
12	20	Андрей Воронцевич	нап.	204	95	17.07.1987
13	21	Траджан Лэнгдон	защ.	192	91	13.05.1976
14	22	Томас Ван Ден Шпигел	центр.	214	110	10.07.1978

2. Рост гимнастов.

Данные о росте (в см) участников соревнований по спортивной гимнастике сведены в числовой ряд: 170, 172, 169, 168, 175, 178, 172, 175, 168, 174, 175, 173, 169, 173, 170, 168, 175, 173, 167, 168, 174, 171, 175, 172, 174, 173, 170, 169, 176, 175.

1) Постройте интервальную таблицу, выделив интервалы: 167-169, 170-172, 173-175.

2) Найдите моду и среднее арифметическое данного ряда.

3. Хоровая студия.

Данные о возрастном составе участников хоровой студии представлены в виде числового ряда: 12, 10, 11, 10, 16, 8, 17, 12, 10, 13, 9, 14, 7, 10, 6, 8, 12, 13, 9, 10, 12, 13, 14, 10, 15, 12, 11, 12, 10, 9, 14, 11, 12, 16, 12, 15, 13, 10, 9, 11.

1) Постройте интервальную таблицу, выделив интервалы: 6-9, 10-13, 14-17.

2) Найдите моду и среднее арифметическое данного ряда.

4. Урожайность картофеля.

В таблице приведены данные о средней урожайности картофеля (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	24,2	11	24,3
2	20,7	12	19,8
3	10,2	13	13,7
4	18,6	14	15,2
5	19,9	15	28,2
6	15,6	16	29,7
7	18,8	17	15,9
8	28,3	18	18,4
9	15,6	19	27,4
10	29,7	20	15,2

По данным представленной совокупности выполните следующие задания:

1) Вычислите размах в урожайности по району и определите, на какие интервалы можно разбить данные при составлении интервального ряда урожайности.

2) Определите среднюю урожайность картофеля по району.

5. Урожайность сахарной свеклы.

В таблице приведены данные по средней урожайности сахарной свеклы (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	236	11	264
2	185	12	176
3	258	13	315
4	160	14	194
5	330	15	218
6	188	16	264
7	196	17	286
8	214	18	306
9	300	19	302
10	280	20	188

По данным представленной совокупности:

1) Вычислите размах в урожайности по району и определите, на какие интервалы можно разбить данные при составлении интервального ряда урожайности.

2) Определите среднюю урожайность сахарной свеклы по району.

2.2.2. Среднее квадратичное отклонение

Пример 5. Длина кирпича [3]

На стройку с кирпичного завода привезли 20 упаковок кирпича. Чтобы проверить качество партии, из каждой упаковки вытащили случайным образом по кирпичу и замерили длину каждого. Ниже представлены полученные величины (в см):

20,5	20,1	21,3	20,3	19,8	19,2	20,1
19,6	20,2	20,0	20,5	19,7	19,9	20,5
19,6	20,1	19,4	19,8	19,1	20,3	



1) Определите среднюю длину кирпича.

2) Найдите величину среднеквадратичного отклонения длины кирпича от средней.

3) Каков процент кирпичей, длина которых отличается от средней больше чем на 0,2 см? больше чем на величину среднеквадратичного отклонения?

Комментарий к выполнению заданий

1) В режиме STAT выберем 1-VAR и введем данные в таблицу.



Нажмем [AC] для перехода в окно вычислений. Нажмем последовательно [SHIFT] и [1] (STAT) для входа в подменю выбора операций обработки статистических данных; выберем Sum ([4]); нажмем [2] (Σx), то есть выберем функцию суммирования данных (после выбора в окне вычислений появляется ее пиктограмма); разделим на 20 (количество данных) и нажмем [=] для вычисления.



Получим: средняя длина кирпича — 20 см.

2) Определим дисперсию как разность между средним арифметическим квадратов данных и квадратом среднего арифметического. Эту формулу можно вывести из определения дисперсии как среднего арифметического квадратов отклонений значений от среднего.

Покажем это:

$$D = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \dots + (x_n - \overline{x})^2}{n} =$$

=
$$\frac{x_1^2 - 2x_1\overline{x} + \overline{x}^2 + x_2^2 - 2x_2\overline{x} + \overline{x}^2 + \dots + x_n^2 - 2x_n\overline{x} + \overline{x}^2}{n} =$$

=
$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - 2\overline{x}\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{n\overline{x}^2}{n} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \overline{x}^2$$

Для вычисления суммы квадратов чисел в подменю выбора операций обработки данных выберем Sum ([4]), в появившемся окне нажмем [1] (Σx^2 — суммирование квадратов данных):



Допишем формулу и получим результат:



Дисперсия равна 0,25 см².

Среднее квадратичное отклонение определяется как корень квадратный из дисперсии, то есть равно 0,5 см.

В калькуляторе есть функция вычисления среднего квадратичного отклонения. Войдем в меню выбора операций обработки данных, нажмем [5] (Var) и в открывшемся окне выберем $x\sigma n$ ([3]), нажмем [=] для получения ответа.



3) Всего 20 кирпичей. У двенадцати из них длины отличаются от средней на величину, большую чем на 0,2 см. Отношение 12:20 выразим в процентах устно; получим 60 % от общего количества кирпичей. Аналогично, видим, что у 20 % от общего количества кирпичей их длины отличаются от средней на величину, более чем 0,5 см.

Упражнения

1. Климат [2].

Континентальный климат отличается от умеренного более резкими изменениями температуры в течение года. В районах с континентальным климатом жаркое лето и очень холодная зима. С помощью среднего квадратичного отклонения различия между двумя видами климата можно выразить количественно.

Сравним для примера изменение температур в течение года в Москве, где климат умеренный, с изменением температур в Хабаровске, где климат континентальный (в таблице приведены средние месячные температуры за 80 лет в Москве и Хабаровске).

Месяц	Москва	Хабаровск	Месяц	Москва	Хабаровск
1	-9,3	-22,3	7	18,4	21,1
2	-8,6	-17,2	8	16,6	20,0
3	-3,4	-8,5	9	10,9	13,9
4	5,1	3,1	10	4,4	4,7
5	12,4	11,1	11	-2,0	-8,1
6	16,7	17,4	12	-6,8	-18,5

Средние месячные температуры, °С

2. Розетки одного напряжения.

В кабинете физики установлены розетки с номинальным напряжением 220 В. Из них выбрали две розетки, в которых в течение суток с интервалом 5 мин замеряли напряжение. Получили следующие данные:

U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
220	68	220	242
217	23	219	27
225	31	221	8
221	51	180	1
224	17		
214	20		
218	46		
219	32		

Определите размах, среднее напряжение и среднее квадратичное отклонение. Проанализируйте полученные результаты.

КОММЕНТАРИЙ К УПРАЖНЕНИЯМ, ВЫПОЛНЕННЫМ С НАУЧНЫМ КАЛЬКУЛЯТОРОМ

К пункту 2.1.1. Ряд наблюдений. Табличное и графическое представление результатов наблюдений

1. Население Тулы [1].

Прочитайте сведения о населении г. Тулы [1]:

«В XIX веке население Тулы неуклонно росло. В 1819 г. в городе проживали 36 253 жителя, в 1838 г. — 51 876, в 1846 г. — 53 759, в 1860 г. — 58 084.

В абсолютных цифрах росло сословие оружейников, хотя в процентном отношении к горожанам их количество держалось примерно на одном уровне: в 1819 г. — 14 142 чел. (38,9%), в 1838 г. — 17 575 (34,5%), в 1846 г. — 19 385 (36,2%), в 1860 г. — 21 314 (36,7%). Они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу населения города. Купцов в 1819 г. было 1508 чел. (4,2%), в 1838 г. — 1382 (2,6%), в 1846 г. — 1640 (3,0%), в 1860 г. — 2105 (3,6%).»

Используя числовую информацию, выполните следующие задания.

1) Привычным способом для представления числовой информации является таблица.

Выберите данные из текста и сведите их в таблицу, составленную в тетради. Проведите вычисления и заполните столбец «Прочие, чел.».

Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.	Прочие, чел.
1819				
1838				
1846				
1850				

2) Представьте данные изменения числа оружейников, числа купцов и числа прочего населения, выделенного в таблице, в виде соответствующего точечного графика. Прокомментируйте графики.

3) Определите, в каком процентном отношении находилось число оружейников к числу населения г. Тулы в каждом году. Согласны ли вы с комментарием в тексте книги?

4) Постройте в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г.

Решение

1) Запишем исходные данные в таблицу, составленную в тетради.

Столбец «Прочие, чел.» заполним, выполняя вычисления на калькуляторе в режиме СОМР: вычтем из общего количества жителей в каждом году количество оружейников, умноженное на 2 (так как оружейников и мещан поровну), и количество купцов. Наберем формулу для 1819 года, нажмем [=] для получения ответа:



Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.	Прочие, чел.
1819	36253	14142	1508	6461
1838	51876	17575	1382	15344
1846	53759	19385	1640	13349
1850	58084	21314	2105	13351

Повторим расчет для остальных лет. Получим таблицу:

2) Построим в тетради точечные графики изменения числа оружейников, числа купцов и числа прочего населения (см. на стр. 94).

Прокомментируем полученные точечные графики.

Графики иллюстрируют рост числа жителей г. Тулы: число оружейников (а также мещан) и купцов в рассматриваемый период растет, причем довольно равномерно. Заметим, что к 1838 г. значительно увеличилась доля прочего населения. По-видимому, это связано с тем, что в послевоенное время сократилась доля воен-



ных заказов и активизировался выпуск мирной продукции местным производством (действительно, читаем в [1], что уже в 1825 г. в г. Туле имелось 43 самоварных фабрики).

3) Для определения процентного отношения числа оружейников к количеству населения в каждом году введем в калькулятор формулу, в которой число оружейников в каждом году разделим на общее число жителей в этом году и умножим на 100 для получения ответа в процентах (вместо умножения на 100 можно воспользоваться специальной клавишей преобразования в проценты, для этого после ввода делителя надо нажать [SHIFT] и [(] (%)), после ввода формулы нажмем [=] для получения ответа.

Дополним таблицу столбцом с рассчитанными данными, округленными до десятых.

Год	Жители, чел.	Оружейники, чел.	Купцы, чел.	Прочие, чел.	Доля оружей- ников, %
1819	36253	14142	1508	6461	39,0
1838	51876	17575	1382	15344	33,9
1846	53759	19385	1640	13349	36,1
1850	58084	21314	2105	13351	36,7

В самом деле, судя по процентам, полученным в шестом столбце таблицы, число оружейников в рассматриваемые годы переписи населения составляло примерно треть населения г. Тулы. Поэтому, естественно, они и мещане, которых было примерно столько же, составляли основную массу (около 70%) населения города, как указано в цитируемом абзаце.

Вот только обратим внимание на некоторое расхождение наших расчетов с приведенными в книге. Предложим учащимся вопрос: «Как вы думаете, почему проценты, приведенные в книге, несколько расходятся с вычисленными?»

Скорее всего, в [1] отражены результаты расчетов с округленными данными. Например, при округлении до тыс. человек имеем: если в 1819 г. было 36 тыс. чел. и среди них оружейников 14 тыс. чел., то рассматриваемое отношение равно 0,3(8), т.е. примерно 38,9%, как указано в книге.

4) Построим в тетради столбчатую диаграмму, характеризующую состав населения г. Тулы в 1819 г. Для построения диаграммы по горизонтальной оси расположим 4 столбца в соответствии с названием сословия, а по вертикальной оси — количество человек (в тыс.). Нам понадобятся данные первой строки полученной таблицы, округленные до тысяч:

> оружейники (14142 чел.) ≈ 14 тыс. чел., мещане (14142 чел.) ≈ 14 тыс. чел., купцы (1508 чел.) ≈ 2 тыс. чел., пр. население (6461 чел.) ≈ 6 тыс. чел.

Столбчатая диаграмма показывает наглядное соотношение между данными, ведь каждое значение представлено в виде столбика, высота которого пропорциональна этому значению:



Дополнительно: построив диаграммы для других лет, увидим, что состав населения г. Тулы в XIX веке почти не изменялся; это можно было также заметить при выполнении задания 3, дополнив его вычислением процентного отношения для сословия купцов.

2. Консервная продукция.

В таблице представлены полученные при инвентаризации склада данные о наличии консервной продукции:

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.
Варенье клубничное	270	375
Конфитюр абрикосовый	640	324
Джем яблочный	510	536
Повидло сливовое	1060	420
Пюре яблочное	515	268
Сок яблочный	210	375

Выполните следующие задания:

1) Проведите пересчет всех видов консервной продукции из физических банок в условные (для перевода объема продукции в условные единицы принимается банка массой нетто 400 г).

2) Рассчитайте долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции. Постройте в тетради соответствующую диаграмму.

Решение

Перепишем в тетрадь таблицу, дополнив ее столбцами «Количество условных банок, шт.» и «Доля, %».

1) Проведем пересчет каждого вида консервной продукции из физических банок в условные по формуле:

Масса нетто · Количество банок 400.

Для первой строки таблицы выражение имеет вид:



Заполним соответствующий столбец таблицы, округляя числа до единиц:

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.	Количество услов- ных банок, шт.	Доля, %
Варенье клубничное	270	375	253	
Конфитюр абрикосовый	640	324	518	
Джем яблочный	510	536	683	
Повидло сливовое	1060	420	1113	
Пюре яблочное	515	268	345	
Сок яблочный	210	375	197	

2) Рассчитаем долю (в %) каждого вида консервной продукции в общем объеме хранящейся продукции.

Для этого разделим количество условных банок на общее количество банок всех консервов и умножим на 100.

Для клубничного варенья имеем:



Для расчета следующей позиции войдем в режим редактирования формулы, нажав [REPLAY ▶] (в начале строки ввода появится вертикальный мигающий курсор), удалим делимое (нажав три раза [DEL] — от английского «delete» — удалить), введем новое число и нажмем [=].

► (253+518[®]+683+1

518÷(253+518+68⊳ 16.66130589

Имеем (необходимо проверить, чтобы сумма данных пятого столбца равнялась 100):

Наименование консервов	Масса нетто, г	Количество банок, шт.	Количество услов- ных банок, шт.	Доля, %
Варенье клубничное	270	375	253	8
Конфитюр абрикосовый	640	324	518	17
Джем яблочный	510	536	683	22
Повидло сливовое	1060	420	1113	36
Пюре яблочное	515	268	345	11
Сок яблочный	210	375	197	6

Построим в тетради столбчатую диаграмму:



3. Посещаемость сервера Российской Национальной библиотеки (РНБ). (Источник информации: www.nlr.ru).

Рассмотрите таблицу и постройте диаграмму рассеивания для данных посещаемости сервера Российской Национальной библиотеки в 2006 году (сервер РНБ — специально настроенный компьютер, предназначенный для хранения большого количества информации (электронных вариантов книг)). Определите примерную ежедневную посещаемость сервера; выразите ежемесячную посещаемость как долю посещений за год (доля посещений за год, %). Сделайте выводы.

Месяц	Количество посещений за месяц	Месяц	Количество посещений за месяц
Январь	106 492	Июль	125 650
Февраль	120 298	Август	104 361
Март	190 767	Сентябрь	145 757
Апрель	162 175	Октябрь	159 950
Май	167 873	Ноябрь	205 088
Июнь	157 514	Декабрь	230 756

Посещаемость сервера РНБ

Решение

Построим в тетради диаграмму рассеивания, обозначив месяцы номерами от 1 до 12.



Понаблюдаем за посещаемостью сервера в течение года. По графику видно, что в январе (много выходных дней в связи с праздниками) и в августе (каникулы в вузах) количество посещений минимально. Пики посещаемости приходятся на март и декабрь. При этом наибольшая посещаемость отмечена в ноябре-декабре (примерно 200 тыс. посещений). Заметим, что в апреле-июне и сентябре-октябре сервер посещают примерно по 160 тыс. пользователей (мы нарисовали на графике линию, соответствующую этому числу).

Рассчитаем ежедневную посещаемость, разделив количество посещений за месяц на число дней в соответствующем месяце; определим долю ежемесячных посещений в общей совокупности посещений за год. Исходные и полученные данные сведем в таблицу:

Месяц	Количество посеще- ний за месяц	Примерная ежедневная посещаемость	Доля посещений за год, %
Январь	106 492	3435	5,7
Февраль	120 298	4296	6,4
Март	190 767	6154	10,2
Апрель	162 175	5406	8,6
Май	167 873	5415	9,0
Июнь	157 514	5251	8,4
Июль	125 650	4053	6,7
Август	104 361	3367	5,6
Сентябрь	145 757	4859	7,8
Октябрь	159 950	5160	8,5
Ноябрь	205 088	6836	10,9
Декабрь	230 756	7444	12,3

При анализе полученной таблицы можно заметить, что сравнивать ежедневную посещаемость удобнее, чем ежемесячную (так как числа содержат меньшее количество цифр), а сравнивать проценты намного проще, чем абсолютные единицы, когда мы имеем дело с большими числами. Выводы, полученные при анализе диаграммы, полностью подтверждаются данными столбца «Доля посещений за год, %».

4. Месяц рождения.

Соберите данные о месяце рождения учеников вашего и соседнего классов. Проанализируйте полученные ряды чисел. Если сбор данных невозможен, то воспользуйтесь следующей подборкой:

V TOOO		_	_	_	Me	сяц ро	ждени	1Я	_	_	_	_
Класс	Ι	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Α	/	/	HH	<i>HH</i> 1	///	/	/	/	//	/	//	//
Б		///	/				_		HH		HH	

Решение

Приведем пример возможного анализа: составим в тетради таблицу, сгруппировав данные о рождениях по временам года и вычислив долю рождений в каждом из сезонов.

Доля приходящихся на зиму дней рождений в классе А составляет:



В калькуляторе предусмотрена возможность автоматического округления до заданного количества знаков после запятой ответа, выводимого на экран (при этом для дальнейших расчетов калькулятор использует полный ответ). Для этого перед выполнением арифметического действия или после получения ответа надо нажать [SHIFT], [MODE] (SET UP) для входа в меню настроек калькулятора, в открывшемся окне нажать [6] (Fix) для входа в режим фиксирования количества десятичных знаков. На экране появится надпись: «Fix 0~9?», то есть калькулятор предлагает выбрать фиксируемое от 0 до 9 число знаков. При нажатии на клавишу [0] в строке ответа будет показано целое число, при нажатии на [9] калькулятор выдаст ответ с девятью десятичными знаками.

При округлении предыдущего ответа до нуля знаков после запятой получим:

1:MthIO 3:De9 5:Gra 7:Sci	2:LineIO 4:Rad 6:Fix 8:Norm	Fix	0~9
7:SCi	8:Norm		

FIX Math 🔺 5÷28% 18

Составим в тетради таблицу:

D	Количество у	чеников, чел.	Доля от числа учеников в классе, %		
бремя года	Класс А	Класс Б	Класс А	Класс Б	
Зима	5	7	18	23	
Весна	14	5	50	17	
Лето	4	5	14	17	
Осень	5	13	18	43	
Всего	28	30	100	100	

Проанализируем ее:

— в классе А дни рождения чаще всего приходятся на весенние месяцы, в классе Б — на осенние;

— в классе А зимой и осенью родилось одинаковое количество учеников, в классе Б равное количество учеников родилось весной и летом:

- количество учеников, составляющее 5 человек, выражается разными долями в классе А (18%) и в классе Б (17%), так как общее количество учащихся в этих классах различается;

— дополнительно, анализируя исходную таблицу, отметим, что в классе А в каждом месяце хотя бы у одного ученика есть день рождения, а в классе Б в марте один день рождения, в июле нет дней рождения, в остальные месяцы по крайней мере у двух учеников есть день рождения.

К пункту 2.1.2. Статистические характеристики: мода, медиана, среднее арифметическое

1. Картофель.

Лаборант-исследователь взвесил каждую из 30 картофелин одного сорта и записал ее массу с точностью до 10 г. Получился ряд чисел: 210, 200, 210, 180, 190, 180, 190, 200, 170, 190, 190, 220, 170, 200, 190, 210, 200, 190, 180, 170, 220, 190, 180, 210, 200, 190, 180, 200, 200, 190.

Рассмотрите числовую информацию и выполните следующие задания:

1) составьте в тетради таблицу частот, определите моду ряда;

2) используя калькулятор, найдите среднюю массу картофелины (среднее арифметическое данных) и сравните ее с модой ряда. Сделайте вывод;

3) определите, сколько примерно картофелин окажется в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта.

Решение

1) Составим таблицу частот:

Масса, г	170	180	190	200	210	220
Частота	3	5	9	7	4	2

Видим, что модой ряда является число 190.

2) Определим среднюю массу картофелины:



Округлим результат до десятков по правилам вычислений с приближенными исходными данными, имеем — 190 г. Видим, что средняя масса и мода совпадают с точностью до 10 г.

3) Определим примерное количество картофелин в 50 кг картофеля, разделив 50 000 на 190 или 50 на 0,19.



Округлим полученный результат и сделаем вывод: в 50 кг картофеля рассматриваемого сорта содержится примерно 260 картофелин.

2. Яблоки.

Лаборант-исследователь определял объем яблок. Для этого он измерил диаметр каждого из 100 яблок, записал его с точностью до 1 см и построил таблицу частот:

Диаметр, см	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Частота повторений	3	3	7	15	12	15	18	10	11	4	2

1) Определите моду ряда данных.

2) Определите медиану.

3) Вычислите средний диаметр измеренных яблок; используя результат, подсчитайте примерный объем «среднего» яблока, считая его форму шаром.

Решение

1) Анализируем исходную таблицу: наибольшая частота повторения (18) наблюдается для диаметра 11 см, который и является модой этого ряда.

2) Так как всего было обмеряно 100 яблок, то для нахождения медианы нам потребуется определить диаметр 50-го 51-го яблока ранжированного ряда.

Добавим к исходной таблице строку, в которой будем суммировать частоты повторений, то есть в каждую ячейку этой строки запишем количество яблок, имеющих диаметр не больше указанного в соответствующей ячейке строки диаметров. Назовем ее «Накопленная частота»:

Диаметр, см	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Частота повторений	3	3	7	15	12	15	18	10	11	4	2
Накопленная частота	3	6	13	28	40	55	73	83	94	98	100

По таблице видим, что яблоки, начиная с 41-го и заканчивая 55-м, имеют диаметр 10 см, значит диаметр 50-го и 51-го яблок равняется 10 см, то есть этому числу и равна медиана.

3) Вычислим средний диаметр, поделив сумму произведений диаметров и соответствующих частот повторения на общее количество измерений.

Воспользуемся для этого функцией натурального отображения дроби: нажмем [] (появится шаблон дроби в виде двух квадратиков, разделенных чертой; отметим, что такая форма записи дроби существует только в математическом формате ввода-вывода), заполним числитель дроби, нажмем [REPLAY ▼] для перехода в знаменатель, заполним знаменатель и нажмем [=]:







Заметим, что среднее значение, равное примерно 10 см, не совпадает с модой ряда данных, равной 11 см.

Теперь подсчитаем объем яблока по формуле объема шара: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$, использовав в расчетах значение диаметра либо в см (10), либо в дм (1):



Заметим, что для вставки в формулу числа π надо нажать [SHIFT] для перехода в режим функций, обозначенных желтым цветом, и [×10^x].

Яблоко, диаметр которого 10 см (или 1 дм), имеет объем примерно равный 4000 см³ (или 4 дм³).

3. Игрушки.

Для подшефного детского сада школьники решили собрать к празднику елочные игрушки. В школе 28 классов. Семиклассники Коля, Саша и Миша вели учет собранных игрушек.

Коля:

1A	1Б	1B	2A	2Б	2B	3A	3Б	3B
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ +++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Саша:

4A	4Б	4B	5A	5Б	5B	6A	6Б	6B
++++ ++++ ++++ ++++								
+++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++	++++ ++++	++++ ++++ 	HH HH	HHF HHF HH	++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++

Миша:

7A	7Б	8A	8Б	9A	9Б	10A	10Б	11A	11Б
++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 111	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++ 	++++ ++++ ++++ ++++ ++++	++++ ++++ ++++ ++++ ++++ ++++

Данные о сборе елочных игрушек каждым из классов представьте в виде числового ряда и выполните следующие задания:

1) составьте таблицу частот, определите моду и медиану ряда;

2) найдите среднее арифметическое данных и сравните его с модой и медианой ряда.

Решение

Рассмотрим следующую числовую информацию:

Коля: 33 48 35 38 38 36 33 40 40 Саша: 35 38 30 33 30 35 38 35 38 Миша: 33 36 44 35 35 38 30 38 30 33

1) Составим таблицу частот, дополнив ее столбцом «Накопленная частота»:

Количество игрушек, шт.	Частота	Накопленная частота
30	4	4
33	5	9
35	6	15
36	2	17
38	7	24
40	2	26
44	1	27
48	1	28

Мода ряда — 38.

Так как ряд состоит из 28 чисел, то медианой ряда является среднее арифметическое 14-го и 15-го членов. По таблице видно, что 14-е и 15-е числа в ряду равняются 35, то есть медиана — 35.

2) Определим среднее арифметическое:



Среднее арифметическое примерно равно 36, медиана — 35, а мода — 38. Разброс этих характеристик говорит о том, что ученики разных классов проявили разную активность при сборе игрушек. Заметим, что всего собрано свыше 1000 елочных игрушек.

К пункту 2.1.3. Среднее квадратичное отклонение

1. Розетки с разным напряжением.

В кабинете физики установлены розетки с разным номинальным напряжением: 220 В — для учителя и 36 В — для учеников.

Из них выбрали по одной розетке и в каждой замеряли напряжение (U, B) в течение часа (с интервалом 5 мин).

Получили следующие	данные:
--------------------	---------

U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
220	3	36	5
217	1	35	2
225	1	34	2
221	2	37	3
224	1		
214	1		
218	2		
219	1		

Определите, в какой розетке напряжение более стабильное.

Решение

Рассчитаем среднее арифметическое:

219

 $U_{1cp.} = 219,75 \text{ B.}$ $U_{2cp.} = 35,75 \text{ B.}$

Рассчитаем и запишем в тетради квадраты отклонений для первой розетки, попутно будем суммировать их в ячейке памяти М.

Для первой строки таблицы для первой розетки имеем:

3×(220-21	9.75) ² 0.1875	© Math▲ 		
U ₁ , B	Число замеров ₁	$(U_1 - U_{1cp.})^2, B^2$		
220	3	0,1875		
217	1	7,5625		
225	1	27,5625		
221	2	3,125		
224	1	18,0625		
214	1	33,0625		
218	2	6,125		
-	1	i		

1

0,5625

Рассчитаем дисперсию для первой розетки:



Рассчитаем среднее квадратичное отклонение:



Очистим содержимое ячейки М, то есть сохраним в ней 0: [0], [SHIFT], [RCL] (STO), [M+] (M).

Теперь повторим расчеты для второй розетки.

U ₂ , B	Число замеров ₂	$(U_2 - U_{2cp.})^2, B^2$
36	5	0,3125
35	2	1,125
34	2	6,125
37	3	4,6875

Дисперсия:



 $\sigma_1 \approx 3 B. \\ \sigma_2 \approx 1 B.$

Таким образом, разброс данных замера напряжения для первой розетки больше, чем для второй. Значит, во второй розетке напряжение более стабильное.

2. Выпечка пирожков.

Выпечка пирожков проводится в двух духовках при температуре 260 °С. При измерении температуры в разных частях духовок получены следующие данные:

Интервал	Частота повтор	ения показаний
температур, °С	Духовка 1	Духовка 2
250-254	0	4
254-258	6	7
258-262	11	6
262-266	6	7
266-270	1	0

Определите, какая духовка прогрета более равномерно.

Решение

Рассчитаем среднее арифметическое данных интервальной таблицы, при этом за значение каждого интервала примем среднее между левой и правой границей интервала. Рассчитаем сумму квадратов отклонений от среднего арифметического, сохраняя слагаемые в независимой памяти М. Используя эту память, вычислим среднее квадратичное отклонение.

Для первой духовки:



 $T_{1cp.} \approx 260 \degree C, \sigma_1 \approx 3 \degree C.$

Для второй духовки:

 $T_{2cp.} \approx 259 \ ^{\circ}C, \ \sigma_2 \approx 4 \ ^{\circ}C.$

Сделаем вывод: несмотря на то, что размах данных для обоих духовок составляет 12 °C, первая духовка прогрета более равномерно относительно среднего значения, которое для нее составляет примерно 260 °C, чем вторая духовка — относительно 259 °C.

К пункту 2.2.1. Статистические характеристики: минимальное и максимальное значение, размах ряда, среднее арифметическое

1. Баскетбольная команда ЦСКА (2006—2007).

В таблице представлены данные игроков баскетбольной команды ЦСКА. Определите общий вес спортсменов, максимальный и минимальный вес, средний вес. Вычислите средний рост.

N⁰	№ в команде	Игрок	Амп- луа	Рост, см	Bec, кг	Дата рождения
1	4	Теодорос Папалукас	защ.	200	90	08.05.1977
2	5	Никита Курбанов	нап.	202	105	05.10.1986
3	8	Матьяж Смодиш	нап.	205	112	13.12.1979
4	9	Дэвид Вантерпул	нап.	194	85	31.03.1973
5	10	Джон Роберт Холден	защ.	185	82	10.08.1976
6	11	Захар Пашутин	защ.	196	90	03.05.1974
7	13	Дэвид Андерсен	центр.	212	107	23.06.1980
Nº	№ в команде	Игрок	Амп- луа	Рост, см	Bec, кг	Дата рождения
----	----------------	----------------------	-------------	-------------	------------	------------------
8	14	Алексей Саврасенко	центр.	215	118	28.02.1979
9	15	Анатолий Каширов	центр.	215	100	19.05.1987
10	17	Оскар Торрес	нап.	196	101	18.12.1976
11	18	Антон Понкрашов	защ.	200	92	23.04.1986
12	20	Андрей Воронцевич	нап.	204	95	17.07.1987
13	21	Траджан Лэнгдон	защ.	192	91	13.05.1976
14	22	Томас Ван Ден Шпигел	центр.	214	110	10.07.1978

Решение

Введем данные о весе игроков в калькулятор.



Определим максимальный и минимальный вес игроков.



Разброс в весе составляет 36 кг. Это достаточно большая величина, если учесть, что она составляет примерно 30 % от максимального веса и 40 % от минимального.

С помощью функции Sum определим общий вес баскетбольной команды, и, разделив его на 14, получим средний вес игроков (в формуле для определения среднего веса знак суммирования Σx изменился на Ans, это означает, что полученный при суммировании результат сохранен в «устройстве запоминания ответа»):



Введем данные о росте игроков и определим средний рост нажатием «одной» клавиши.



Таким образом, «средний» игрок баскетбольной команды имеет рост 202 см и вес 98 кг.

2. Рост гимнастов.

Данные о росте (в см) участников соревнований по спортивной гимнастике сведены в числовой ряд: 170, 172, 169, 168, 175, 178, 172, 175, 168, 174, 175, 173, 169, 173, 170, 168, 175, 173, 167, 168, 174, 171, 175, 172, 174, 173, 170, 169, 176, 175.

1) Постройте интервальную таблицу, выделив интервалы: 167-169, 170-172, 173-175.

2) Найдите моду и среднее арифметическое данного ряда.

Решение

1) Построим интервальную таблицу в тетради:

Рост, см	Частота
167—169	8
170—172	7
173—175	13
176—178	2

Составим в калькуляторе таблицу частот. Для этого войдем в режим STAT ([MODE], затем соответствующая цифровая клавиша) и выберем 1-VAR.



К появившейся на экране таблице добавим столбец частот: войдем в меню настроек калькулятора ([SHIFT], [MODE] (SET UP)), нажмем [REPLAY ▼] для перехода во второе окно этого меню, затем нажмем цифровую клавишу, соответствующую надписи STAT, для перехода в подменю задания формата отображения данных.



В появившемся окне калькулятор выдает запрос о необходимости отображения столбца частот («frequency» — частота). После нажатия [1] (ON) в таблице будет присутствовать столбец частот, после нажатия [2] (OFF) этот столбец будет отсутствовать. Выберем ON.



2) Моду определим по исходной таблице: рост от 173 до 175 см.

Для вычисления среднего арифметического внесем данные в калькулятор. Исходные данные представлены в виде интервальной таблицы, но в калькуляторе не предусмотрена возможность вводить данные в таком виде. Поэтому при вводе в калькулятор упростим ее, приняв за значение каждой позиции среднее значение интервала:



Определим среднее значение как частное от деления суммы данных на количество данных (либо одной клавишей).



Сделаем вывод, что среди участников соревнований преобладают спортсмены роста выше среднего.

3. Хоровая студия.

Данные о возрастном составе участников хоровой студии представлены в виде числового ряда: 12, 10, 11, 10, 16, 8, 17, 12, 10, 13, 9, 14, 7, 10, 6, 8, 12, 13, 9, 10, 12, 13, 14, 10, 15, 12, 11, 12, 10, 9, 14, 11, 12, 16, 12, 15, 13, 10, 9, 11.

1) Постройте интервальную таблицу, выделив интервалы: 6-9, 10-13, 14-17.

2) Найдите моду и среднее арифметическое данного ряда.

Решение

1) Построим в тетради интервальную таблицу:

Возраст, лет	Частота
6—9	8
10—13	24
14—17	8

Таким образом, имеем распределение участников хора по возрастным группам: от 6 до 9 лет — 8 ребят, от 10 до 13 лет — 24, от 14 до 17 — 8. Эти данные помогут, например, в составлении расписания занятий в хоровой студии. Кроме того, видно, что основной состав хоровой студии (24 участника из 40) — это 10-13-летние ребята, что должно отразиться на подборе соответствующего репертуара для хорового пения.

2) Модой ряда является возраст от 10 до 13 лет.

Вычислим средний возраст в статистическом режиме.

Всего в хоровой студии 40 участников, их средний возраст — около 11—12 лет, участие в студии особенно привлекает 10—12-летних ребят.

4. Урожайность картофеля.

В таблице приведены данные о средней урожайности картофеля (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	24,2	11	24,3
2	20,7	12	19,8
3	10,2	13	13,7
4	18,6	14	15,2
5	19,9	15	28,2
6	15,6	16	29,7
7	18,8	17	15,9
8	28,3	18	18,4
9	15,6	19	27,4
10	29,7	20	15,2

По данным представленной совокупности выполните следующие задания:

1) Вычислите размах в урожайности по району и определите, на какие интервалы можно разбить данные при составлении интервального ряда урожайности.

2) Определите среднюю урожайность картофеля по району.

Решение

1) Введем данные и выполним расчеты.



Так как размах составляет примерно 20 ц/га, то целесообразно разбить все данные на 4 интервала с шагом 5 ц/га (10-15, 15-20, 20-25, 25-30) или на 5 интервалов с шагом 4 ц/га (10-14, 14-18, 18-22, 22-26, 26-30).

2) Определим среднюю урожайность по району:



5. Урожайность сахарной свеклы.

В таблице приведены данные по средней урожайности сахарной свеклы (в ц/га) в хозяйствах некоторого района:

№ п/п	Урожай, ц/га	№ п/п	Урожай, ц/га
1	236	11	264
2	185	12	176
3	258	13	315
4	160	14	194
5	330	15	218
6	188	16	264
7	196	17	286
8	214	18	306
9	300	19	302
10	280	20	188

По данным представленной совокупности:

1) Вычислите размах в урожайности по району и определите, на какие интервалы можно разбить данные при составлении интервального ряда урожайности.

2) Определите среднюю урожайность сахарной свеклы по району.

Решение

1) Введем данные и определим размах



Можно разделить все данные на 5 интервалов с шагом 34 ц/га (160—194, 194—228, 228—262, 262—296, 296—330), а можно округлить размах до 200 ц/га и разбить все данные на 5 интервалов с шагом 40 ц/га (140—180, 180—220, 220—260, 260—300, 300—340).

2) Средняя урожайность составляет:



К пункту 2.2.2. Среднее квадратичное отклонение

1. Климат [2].

Континентальный климат отличается от умеренного более резкими изменениями температуры в течение года. В районах с континентальным климатом жаркое лето и очень холодная зима. С помощью среднего квадратичного отклонения различия между двумя видами климата можно выразить количественно. Сравним для примера изменение температур в течение года в Москве, где климат умеренный, с изменением температур в Хабаровске, где климат континентальный (в таблице приведены средние месячные температуры за 80 лет в Москве и Хабаровске).

Месяц	Москва	Хабаровск	Месяц	Москва	Хабаровск
1	-9,3	-22,3	7	18,4	21,1
2	-8,6	-17,2	8	16,6	20,0
3	-3,4	-8,5	9	10,9	13,9
4	5,1	3,1	10	4,4	4,7
5	12,4	11,1	11	-2,0	-8,1
6	16,7	17,4	12	-6,8	-18,5

Средние месячные температуры, °С.

Решение

Введем в калькулятор данные для Москвы.



Вычислим среднее квадратичное отклонение для Москвы.



Теперь очистим таблицу, введем данные для Хабаровска и рассчитаем среднее квадратичное отклонение.



Мы видим, что среднее квадратичное отклонение температур в Москве (9,9 °C) меньше, чем в Хабаровске (15,1 °C). Это свидетельствует о меньшем перепаде температур в течение года, то есть о более мягком климате.

2. Розетки одного напряжения.

В кабинете физики установлены розетки с номинальным напряжением 220 В. Из них выбрали две розетки, в которых в тече-

U1, В Число замеров1 U2, В Число замеров2 220 68 220 242 217 23 219 27 225 31 221 8 221 51 180 1 224 17 2 24 213 51 180 1 224 17 2 214 218 46 219 32				
220 68 220 242 217 23 219 27 225 31 221 8 221 51 180 1 224 17 2 2 214 20 2 2 218 46 2 2 219 32 3 3 3	U ₁ , B	Число замеров ₁	U ₂ , B	Число замеров ₂
217 23 219 27 225 31 221 8 221 51 180 1 224 17	220	68	220	242
225 31 221 8 221 51 180 1 224 17 214 20 218 46 219 32	217	23	219	27
221 51 180 1 224 17 214 20 218 46 219 32	225	31	221	8
224 17 214 20 218 46 219 32	221	51	180	1
214 20 218 46 219 32	224	17		
218 46 219 32	214	20		
219 32	218	46		
	219	32		

ние суток с интервалом 5 мин замеряли напряжение. Получили следующие данные:

Определите размах, среднее напряжение и среднее квадратичное отклонение. Проанализируйте полученные результаты.

Решение

Выведем на экран калькулятора таблицу данных статистического режима.

Добавим столбец частот. Для этого войдем в меню настроек калькулятора: [SHIFT], [MODE] (SET UP), нажмем [REPLAY ♥] для перехода во второе окно этого меню, в нем нажмем цифровую клавишу, соответствующую надписи STAT: появится окно выбора вида статистической таблицы (англ. «frequency» — частота). Нажатие на клавишу [1] (ON) приведет к отображению таблицы со столбцом частот, нажатие на клавишу [2] (OFF) — без столбца частот. Выберем ON:



Проанализируем полученные результаты: несмотря на то, что среднее напряжение в розетках и среднее квадратичное отклонение в обоих случаях практически совпадают, разброс данных говорит о том, что первая розетка более предпочтительна для эксплуатации электроприборов. По исходной таблице видим, что во второй розетке наблюдалось сильное падение напряжения (до 180 В). Такие большие перепады напряжения могут привести к поломке электроприборов. Заметим, что лампочки чаще всего перегорают при включении из-за резкого скачка напряжения (от 0 до 220 В).

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора	. 3
Предисловие авторов	. 4

	Примеры	Коммента-
Часть 1. Решение задач	и упраж-	рии к упраж-
с графическим калькулятором	нения	нениям
1.1. Прелставление информации в виле таблиц.		
графиков, лиаграмм: ее анализ		
и интерпретация	6	
1 1 1 Ряд наблюдений Табличное		
и графическое представление		
результатов наблюлений	6	36
1 1 2 Таблица частот Вычисление среднего	0	50
арифметического мелианы и молы	16	47
113 Интерратиный рад построение	10	17
гистограмми	23	54
114 Лисперсия среднее крадратициое	23	54
отупонение	27	62
	27	02
	31	
	51	
п.2.1. Статистические ларактеристики.	ra 31	66
1.2.2 Меры рассемрания ланных: лисперсия	ιa 51	00
и среднее крадратициое отклонение	34	67
и среднее квадратичное отклонение		07
Часть 2. Решение задач с научным калькулятор	ОМ	
21 Предстарление информации в риде		
таблиц графиков лиаграмм: ее анализ		
	70	
и интерпретация	70	
2.1.1. Гяд наолюдении. Гаоличное		
и графическое представление	70	02
212 Статистические узрактеристики:	70	92
	75	101
	70	101
2.1.5. Среднее квадратичное отклонение	19	104
2.2. Анализ данных с использованием		
	83	
паучного калькулятора	05	
	0	
минимальное и максимальное значени	83	107
размах ряда, среднее арифметическое.	00	107
2.2.2. Среднее квадратичное отклонение	07	112